Alexander Ziwet

HANSA-SCHULE

IN

BERGEDORF BEI HAMBURG.

VII. PROGRAMM

OSTERN 1890.

INHALT:

1) GRUNDZÜGE EINER RECHNENDEN GEOMETRIE DER LAGE. VON E. BUSCHE.
2) SCHULNACHRICHTEN. VON DIREKTOR DR. GROSS.

BERGEDORF BEI HAMBURG. 1890.
GEDRUCKT IN ED. WAGNERS BUCHDRUCKEREI.

1890. PROGR. No. 713.

Grundzüge

einer rechnenden Geometrie der Lage.

Von

E. Busche.

I.

In der Einleitung zu seinen Vorlesungen über die Geometrie der Lage (Hannover 1877, 2. Aufl.) sagt Herr *Reye:* „Auf die Analysis, dieses mächtige Werkzeug der modernen Mathematik, müssen wir bei unseren Untersuchungen schon deshalb verzichten, weil wir das Mass nicht benutzen; denn um mit räumlichen Gebilden rechnen zu können, müssen wir sie zuerst durch Zahlen ausdrücken, d. h. ausmessen.“ Wenn man den hierdurch ausgedrückten Umstand als einen Mangel der Geometrie der Lage betrachten will, so kann man denselben auf doppelte Weise beseitigen. Man kann entweder, wie Herr *Cayley* im Sixth Memoir upon Quantics (Philosophical Transactions, t. 149, 1849) und Herr *Felix Klein* in den Abhandlungen über die Nicht-*Euklid*ische Geometrie (Math. Annalen, Bd. 4 und 6*) an die Stelle der *Euklid*ischen Massbestimmung eine allgemeinere setzen, oder man kann sich von jeder besonderen Massbestimmung frei machen, indem man nicht mit räumlichen Gebilden, sondern blos mit Zahlen rechnet, diese Zahlen und Rechnungsresultate aber nachträglich geometrisch deutet. Der Grundgedanke zu dieser letzteren rechnenden Geometrie der Lage rührt von *Gauss***) her, der denselben wohl am kürzesten im Nachlass I zur Theorie der biquadratischen Reste (Werke, Bd. 2) folgendermassen ausspricht: „Die unendliche Anzahl imaginärer ganzer Zahlen lässt sich am bequemsten durch Punkte in einer unbegrenzten Ebene sinnlich darstellen; wir nennen schlechthin denjenigen Punkt, dessen Abscisse x, die Ordinate y ist, den Punkt $x + iy$.“ Hieraus geht allerdings hervor, dass *Gauss* bei der geometrischen Darstellung der komplexen Zahlen den Begriff des Masses benutzt, um die Lage des Punktes zu bestimmen, der eine gegebene Zahl repräsentiert; für die Zwecke, die er im Auge hatte, wäre eine allgemeinere Bestimmung in der That auch überflüssig gewesen. Das Hauptgewicht in dem angeführten Satze ist aber auf das Wort „darstellen“ zu legen, weil dadurch ausgedrückt wird, dass ein geometrisches Gebilde, nämlich der Punkt, durch seine irgendwie bestimmte Lage zum Repräsentanten einer Zahl wird. Indem man diesen Gesichtspunkt auf doppelte Weise verallgemeinert, gelangt man, wie ich zu zeigen versuchen will, zu einer von dem Begriff des Masses unabhängigen rechnenden Geometrie.

Die Verallgemeinerungen bestehen darin, dass erstens nicht notwendig die Zahlen, welche die Glieder einer arithmetischen Reihe bilden, als äquidistante Punkte einer geraden Linie zu betrachten und unendlich grosse Zahlen auf die unendlich ferne Gerade der Ebene zu verlegen sind, und dass man zweitens statt der zweifach unendlichen Mannigfaltigkeit, welche die Punkte einer Ebene eines (Punktfeldes***) bilden, irgend eine andere zweifach unendliche Mannigfaltigkeit setzen kann, z. B. die Geraden einer Ebene (eines Strahlenfeldes***), die Strahlen oder Ebenen eines Strahlenbündels. Diese beiden Verallgemeinerungen sind nicht unabhängig von einander. Wenn man die Berechtigung der zweiten zulässt, und dazu wird man durch die Anschauungen der Geometrie der Lage gezwungen, in welcher z. B. die

---

*) Der 6. Band der Math. Annalen ist mir nicht zugänglich gewesen, da derselbe auf der Hamburger Stadtbibliothek nicht vorhanden ist.

**) Es ist mir wohl bekannt, dass Gauss nicht der erste gewesen ist, der eine geometrische Darstellung der komplexen Zahlen veröffentlicht hat, seine Vorgänger, z. B. Argand, repräsentieren eine Zahl aber, soviel ich weiss, nicht durch einen Punkt, sondern durch eine der Grösse und Richtung nach gegebene Strecke.

***) Die Ausdrücke „Punktfeld“ und „Strahlenfeld“ für die Ebene als Träger ihrer Punkte, bezw. Strahlen sind aus Herrn H. Schuberts Calcül der abzählenden Geometrie entnommen; im übrigen schliesse ich mich in den Bezeichnungen hauptsächlich an das erwähnte Werk des Herrn Reye an.

gerade Punktreihe und der ebene Strahlenbüschel vollkommen gleichberechtigt sind, so wird man von selbst zu der ersten Verallgemeinerung geführt, denn im Strahlenbüschel kann wohl von einer Reihenfolge, aber nicht von einer äquidistanten Aufeinanderfolge der einzelnen Strahlen die Rede sein. Auch liegt in dem Begriff der Zahl, der ursprünglich, wie Herr *Kronecker* (Journal für Math. Bd. 101, S. 337) gezeigt hat, auf dem der Ordnungszahl beruht, nichts, was die geometrische Darstellung der ganzen Zahlen durch eine äquidistante Punktreihe unbedingt notwendig machte. In meiner kleinen Arbeit „Zur Anwendung der Geometrie auf die Zahlentheorie" (Journal für Math., Bd. 104) finden sich einige Andeutungen über die zweite Verallgemeinerung, auf die ich mich hier aber nicht beziehen will. Die Interpretation der komplexen Zahlen, welche Herr *Sophus Lie* (Journal für Math., Bd. 70) gebraucht, ferner die geometrische Darstellung der komplexen Zahlen des Herrn *Frege* (Göttinger Dissertation 1873), die *v. Staudt*sche Rechnung mit Würfen (Beiträge zur Geometrie der Lage; vergl. *Lüroth*, Math. Ann., Bd. 8*), sowie die *Hamilton*schen Quaternionen sind von der hier benutzten Verallgemeinerung der *Gauss*schen Methode so durchaus verschieden, dass eine Vergleichung nicht notwendig erscheint.

Uebrigens ist die Einführung der komplexen Zahlen $x + iy$ für das folgende zwar wesentlich und zweckmässig, das eigentlich Charakteristische der auseinanderzusetzenden Theorie besteht aber darin, dass die Elemente einer geometrischen Mannigfaltigkeit zur Darstellung der Zahlen einer gewissen Zahlenmannigfaltigkeit benutzt werden. So könnte man z. B. die Punkte eines Punktfeldes auch benutzen, um alle Zahlen $x + y\sqrt{2}$ zu versinnlichen, wo x und y alle rationalen Werte annehmen. In diesem Falle wäre das Punktfeld allerdings als eine zweifach unendliche Menge von diskreten Punkten enthaltend zu betrachten. Bei rein geometrischen Untersuchungen ist es deshalb angezeigt, die Irrationalität i zu bevorzugen und x und y alle reellen Zahlenwerte annehmen zu lassen, so dass die Elemente eines zweistufigen geometrischen Gebildes alle Zahlen darstellen, für welche unsere Rechnungsoperationen Gültigkeit besitzen.

Es scheint mir überflüssig zu sein, dass ich alle von der gewöhnlichen analytischen Geometrie abweichenden rechnenden Behandlungen der räumlichen Grössen hier zur Vergleichung heranziehe. Nur einen Unterschied zwischen den mir bekannten derartigen Theorien und der vorliegenden will ich hervorheben. In der *Grassmann*schen Ausdehnungslehre (1844 und 1862), die von Herrn *Peano* neuerdings unter Benutzung des *Möbius*schen barycentrischen Calcüls (1827) zugänglicher gemacht worden ist (Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di *H. Grassmann*, Torino 1888), ferner in der von Massbestimmungen unabhängigen Arithmetik der Lage von *H. Noth* (Leipzig 1882), in der *Hankel*schen Theorie der alternierenden Zahlen (Vorlesungen über komplexe Zahlen, Leipzig 1867, 7. Abschnitt) und endlich in der *Hamilton*schen Theorie der Quaternionen (Lektures on Quaternions, Dublin 1853, Elements ot Quaternions, London 1866; vergl. das angegebene Buch von *Hankel*, Abschnitt 8 und 9) werden Rechnungsoperationen benutzt, die nicht die für die gewöhnlichen arithmetischen Operationen gültigen Gesetze befolgen, so dass z. B. ein Produkt verschwinden kann, ohne dass ein Faktor Null wird. Wenn dagegen, wie im folgenden, nicht mit geometrischen Grössen selbst, sondern nur mit Zahlen gerechnet wird, so behalten natürlich alle arithmetischen Gesetze ihre Gültigkeit. Der Calcül der abzählenden Geometrie des Herrn *Schubert*, welcher mit Bedingungen rechnet und deshalb ebenfalls symbolische Produkte benutzt, steht ebenso wie die *Plücker*schen Theorien, in keinerlei Gegensatz zu den nachfolgenden Betrachtungen, kann vielmehr mit Leichtigkeit auf dieselben angewandt werden**). Ich habe hier aber sogar darauf verzichtet, das Analogon der *Plücker*schen homogenen Koordinaten zu benutzen, da es mir nur auf die Hervorhebung der Prinzipien und nicht auf die formale Ausgestaltung der Methode ankam.

---

*) und E. Kötter: Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der algebraischen ebenen Curven. Berlin 1887.
**) Dabei habe ich selbstverständlich nur die formale Seite der Plückerschen Methode im Auge.

Die bisher genannten Werke, so wertvoll sie auch z. T. sind, enthalten nichts, was als ein Fortschritt in der Richtung des oben erwähnten *Gauss*schen Grundgedankens zu bezeichnen wäre; anders ist es mit den folgenden Ideen des Herrn *F. Klein*, die, wie mir scheint, wenigstens in Bezug auf reelle Zahlen genau mit meinen Verallgemeinerungen des *Gauss*schen Prinzips übereinstimmen. Ich kann mir nicht versagen, die betreffenden Worte hier vollständig anzuführen: „Die in der gewöhnlichen Geometrie vorausgesetzte Stetigkeit der Gebilde 1. Stufe soll auch in der projektivischen Geometrie zu Grunde gelegt werden.

„Es bringt das mit sich, oder ist geradezu gleichbedeutend damit, dass in der projektivischen Geometrie, wie in der gewöhnlichen, das analytische Gegenbild eines Gebildes 1. Stufe die einfach unendliche Zahlenreihe ist. Auch in der projektivischen Geometrie können also Segmente eines Gebildes 1. Stufe gemessen werden, nur dass nicht, wie in der gewöhnlichen Geometrie, eine Massbestimmung vor allen anderen als besonders naturgemäss ausgezeichnet wird.

„In dem letzteren Umstand liegt scheinbar eine gewisse Schwierigkeit hinsichtlich der Einführung der Zahlen in die projektivische Geometrie, insofern man nämlich von vorneherein nur dann von zwei Segmenten sagen kann, das eine sei kleiner als das andere, wenn das eine ganz in dem anderen enthalten ist." (Nachtrag zu dem 2. Aufsatz über Nicht-*Euklid*ische Geometrie. Mathem. Annalen, Bd. 7, S. 531).

Ich hoffe, dass die folgenden Zeilen nichts enthalten, was mit diesen Worten des Herrn *Klein* in Widerspruch stände, obgleich ich bezweifele, dass derselbe bei dem Ausspruch, der sich auf Seite 62 seines Buches „Über *Riemanns* Theorie der Algebraischen Funktionen" findet, an denjenigen geometrischen Gebrauch der komplexen Zahlen gedacht hat, den ich im folgenden von denselben mache.*)

Die Schwierigkeit, welche Herr *Klein* in dem letzten der angeführten Sätze erwähnt, ist in der That nur eine scheinbare, und da dieselbe einen Gegenstand betrifft, der ebenfalls dazu dienen kann, den Unterschied zwischen der vorliegenden und anderen Theorien hervortreten zu lassen, so will ich auf diesen Punkt noch kurz hinweisen, nämlich auf die Definition der Strecke und des Flächeninhaltes. Die Länge einer Strecke und der Inhalt einer Planfigur werden in der neueren Geometrie des Masses (seit *Möbius*) als eine positiv oder negativ zu nehmende Zahl betrachtet, deren absoluter Wert das Verhältnis zu einer Längen- bezw. Flächeneinheit angiebt. Davon kann bei dieser geometrischen Deutung der Zahlen keine Rede sein; ich muss diese Begriffe als eine positiv oder negativ zu nehmende Anzahl (dieses Wort in einer erweiterten Bedeutung verstanden) von Punkten definieren, wobei ich wieder in der glücklichen Lage bin, auf den Vorgang von *Gauss* hinzuweisen, der in den nachgelassenen Abhandlungen „De nexu inter multitudinem classium etc." (Werke, Bd. 2, S. 269) Betrachtungen angestellt hat, durch die ich mich habe leiten lassen.

Diese Begriffe werden auf solche Weise, ebenso wie der des Winkels, projektivisch gemacht, und es ergiebt sich auch ganz zwanglos der dem Flächeninhalt dual entsprechende Begriff als eine Anzahl von Geraden der Ebene. Die analytischen Ausdrücke für Strecke und Inhalt sind dieselben wie in der Geometrie des Masses.

Zum Schluss dieser Einleitung will ich versuchen, die Stellung der rechnenden Geometrie der Lage zu der gewöhnlichen projektivischen Geometrie einerseits und der *Cartes*ischen analytischen Geometrie andererseits kurz zu kennzeichnen. Die projektivische Geometrie rechnet, so zu sagen, auch, aber nur mit der einen Gleichung $y = x$; um, nachdem die mittelst dieser Gleichung aus den Grundgebilden 1. und 2. Stufe abgeleiteten Gebilde erschöpft sind, zu höheren Gebilden überzugehen, setzt sie an die Stelle der Grundgebilde die schon gefundenen Gebilde 2. Ordnung und kommt so systematisch fortschreitend zu den Gebilden beliebiger Ordnung. Die analytische Geometrie dagegen rechnet mit beliebigen

*) Man vergleiche hierzu die beiden Arbeiten des Herrn Klein „Über eine neue Art von Riemannschen Flächen", Math. Annalen, Bd. 7 und 10.

Gleichungen und behält als erzeugende Gebilde immer spezielle Grundgebilde 1. Stufe und zwar in ganz besonderer Lage bei. Die rechnende Geometrie der Lage rechnet mit beliebigen Gleichungen und benutzt als erzeugende Gebilde beliebige Grundgebilde 1. oder 2. Stufe, die sich entweder in beliebiger oder in besonderer Lage zu einander befinden.

1.

Geometrische Darstellung der reellen Zahlen.

Die reellen Zahlen werden durch die Elemente eines einstufigen geometrischen Grundgebildes repräsentiert, nämlich durch die Punkte einer geraden Punktreihe oder die Strahlen eines Strahlenbüschels oder die Ebenen eines Ebenenbüschels.

Die Darstellung der reellen Zahlen durch die Punkte einer Geraden soll folgende Bedingungen erfüllen: erstens, sie soll eindeutig und stetig sein, d. h. jeder Zahl soll ein Punkt und jedem Punkte eine Zahl entsprechen, wobei nur eine Zahl ∞ und ein unendlich ferner Punkt angenommen wird, und eine stetige Aufeinanderfolge von Punkten soll durch eine stetige Aufeinanderfolge von Zahlen bezeichnet werden, wobei der Durchgang durch den unendlich fernen Punkt der Geraden nicht als eine Unterbrechung der Stetigkeit angesehen wird. Zweitens soll keine Zahl, auch nicht die Zahl ∞, und kein Punkt, auch nicht der unendlich ferne, irgendwie bevorzugt sein, so dass namentlich der unendlich ferne Punkt nicht die Zahl ∞ zu repräsentieren braucht, wie das in der gewöhnlichen Geometrie des Masses üblich ist.

Bei der gebräuchlichen Darstellung der reellen Zahlen durch die Punkte einer äquidistanten Punktreihe, bilden 4 Punkte, welche 4 harmonische Zahlen a, b, c, d darstellen, d. h. solche, zwischen denen die Beziehung

$$\frac{c-a}{c-b} : \frac{d-a}{d-b} = -1$$

besteht, ein System von 4 harmonischen Punkten. Diese Eigenschaft der äquidistanten Punktreihe soll zur Definition der „linearen“ Punktreihe benutzt werden, durch welche die reelle Zahlenreihe dargestellt wird. Man bezeichne 3 beliebige Punkte einer Geraden mit den beliebigen Zahlen a, b, c, bestimme den 4. harmonischen Punkt, welcher durch a und b von c getrennt ist, bezeichne ihn mit der mittelst der angegebenen Gleichung durch a, b, c bestimmten Zahl d und fahre in derselben Weise fort, indem man den Punkt d mit zu Hülfe nimmt, um einen Punkt e u. s. w. zu bestimmen. Die Zahl ∞ gehört zu einem im allgemeinen im Endlichen liegenden Punkte, welcher mit 3 Punkten, die 3 auf einander folgende Glieder einer arithmetischen Reihe darstellen, ein System von 4 harmonischen Punkten bildet.*)

Man sieht leicht, dass die lineare Punktreihe durch 3 beliebig angenommene Zahlen vollständig bestimmt ist, und zwar so, dass die angegebenen Bedingungen erfüllt sind, denn die allgemeine lineare Punktreihe ist der äquidistanten Punktreihe projektivisch verwandt, und der Beweis für die eben erwähnte Behauptung lässt sich demnach in derselben Weise führen, wie es in der projektivischen Geometrie geschieht, z. B. in Herrn *Reyes* Geometrie der Lage I auf S. 45 der 2. Auflage.

Praktisch erhält man eine lineare Punktreihe am leichtesten durch Projektion einer äquidistanten Punktreihe, welche mit der zu bestimmenden einen Punkt entsprechend gemein hat, d. h. einen solchen, der in beiden Reihen derselben Zahl entspricht. Obgleich auf diese Weise die lineare Punktreihe mittelst der äquidistanten Punktreihe gefunden wird, und diese selbst am leichtesten durch Messen bestimmt werden kann, ist doch bekanntlich die durch 3 ihrer Elemente definierte projektivische Punktreihe von dem Begriff des Masses vollständig

*) Auf den „projektivischen Massstäben“ des Herrn Buka (Berlin 1888) befindet sich eine willkürliche endliche Anzahl von ganzen Zahlen, die keine lineare Punktreihe bilden.

unabhängig. Da die äquidistante Punktreihe als besonderer Fall in der allgemeinen linearen Punktreihe enthalten ist, der sich einfach dadurch ergiebt, dass die Zahl ∞ mit dem unendlich fernen Punkt zusammenfällt, so hat die thatsächliche Bestimmung der begrifflich an sich vollständig durch die 3 gegebenen Elemente festgelegten Punktreihe mittelst der äquidistanten Punktreihe nichts, was dem Wesen der Geometrie der Lage widerstreitet. Dabei ist noch der Umstand hervorzuheben, dass man sich gewöhnt hat, jede beliebige Zahl einer äquidistanten Punktreihe als durch einen bekannten Punkt dargestellt zu betrachten, und dass man also bei Benutzung der äquidistanten Punktreihe auch eine von den 3 gegebenen Zahlen nicht rational abhängige Zahl der linearen Punktreihe als durch einen angebbaren Punkt dargestellt ansehen darf, der nicht erst durch unendlich oft wiederholt gedachte geometrische Konstruktion, etwa mittelst der Eigenschaften des vollständigen Vierecks gefunden zu werden braucht.

Nachdem so die reellen Zahlen durch eine lineare Punktreihe dargestellt sind, ist es leicht, dieselben durch die Elemente eines Strahlen- oder Ebenenbüschels 1. Ordnung zu veranschaulichen, indem man eine Punktreihe von einem ausserhalb derselben gelegenen Punkte oder von einer zu ihr windschiefen Geraden aus durch Strahlen, bezw. Ebenen projiziert und jedem Strahl, bezw. jeder Ebene die Zahl zuordnet, durch welche dieses Element bestimmt wird. Man kann natürlich den linearen Strahlen- oder Ebenenbüschel auch ganz analog wie die Punktreihe selbständig finden und von jedem dieser Grundgebilde durch Schneiden oder Projizieren zu den beiden anderen gelangen.*)

2.

Gleichungen zwischen zwei reellen Veränderlichen.

Um die geometrische Bedeutung einer Gleichung $f(x,y) = 0$ zwischen zwei reellen Veränderlichen zu erkennen, lasse man x die durch irgend ein Grundgebilde 1. Stufe dargestellte Zahlenreihe durchlaufen und bestimme zu jedem x den zugehörigen Wert von y in irgend einem zweiten Grundgebilde 1. Stufe. Je zwei so zusammengehörige Elemente der beiden Grundgebilde bestimmen im allgemeinen ein 3. Element und die Gesammtheit dieser ein geometrisches Gebilde, welches die Gleichung $f(x,y) = 0$ besitzt. So erzeugen z. B. ein Strahlenbüschel und ein Ebenenbüschel, dessen Axe nicht durch den Mittelpunkt des ersteren geht und nicht in der Ebene desselben liegt, eine ebene Kurve, 2 Ebenenbüschel oder 2 Punktreihen mit windschiefen Trägern eine geradlinige Fläche, 2 Strahlenbüschel mit verschiedenen Ebenen und Mittelpunkten einen Komplex, wenn man voraussetzt, dass das Erzeugnis zweier windschiefen Strahlen ein Strahlensystem 1. Ordnung, 1. Klasse ist, dessen Axen die beiden Strahlen sind.

Ohne auf diese und andere Gebilde hier weiter einzugehen, will ich nur die beiden Fälle ganz kurz behandeln, in denen die gegebenen Grundgebilde zwei in einer Ebene liegende Strahlenbüschel oder Punktreihen sind.

Ein Strahlenbüschel ist gegeben durch 3 seiner Strahlen oder, was praktisch am bequemsten ist, durch seinen Mittelpunkt und eine nicht durch denselben gehende äquidistante Punktreihe mit gegebenem Null- und Einheitspunkt, durch deren Punkte die gleichbenannten Strahlen des Büschels hindurchgehen. Zwei Strahlenbüschel X und Y erzeugen im allgemeinen eine Punktreihe höherer Ordnung oder eine Kurve. Versteht man unter Ordnung einer Kurve, wie gewöhnlich, die Anzahl der Schnittpunkte derselben mit einer Geraden, so giebt in der Regel der Grad der Gleichung nicht die Ordnung der Kurve an. Das hat seinen Grund darin, dass eine lineare Gleichung die Gleichung eines Kegelschnittes ist. Auch eine bilineare Gleichung ist die eines durch die Punkte X und Y gehenden Kegelschnittes. Den einfachen und auf bekannten Prinzipien beruhenden Beweis für diese und andere Behauptungen übergehe ich der Kürze wegen. Bezeichnet man den Schnittpunkt der Strahlen x und y mit x/y, so ist

*) Vergl. § 29 der Beiträge zur Geometrie der Lage von v. Staudt.

$$\begin{vmatrix} x\,y & x & y & 1 \\ x_1\,y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2\,y_2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3\,y_3 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

die Gleichung des die drei Punkte x_1/y_1, x_2/y_2, x_3/y_3 enthaltenden Kegelschnittes; derselbe geht in eine gerade Linie über, wenn z. B. x_3 und y_3 die Zahlen sind, mit denen der gemeinschaftliche Strahl der beiden Büschel X und Y bezeichnet ist. Eine Gleichung n. Grades ist im allgemeinen die einer Kurve 2n. Ordnung, da dieselbe mit der bilinearen Gleichung einer beliebigen Geraden 2 n Lösungen gemeinsam hat. Eine lineare Gleichung ist die eines Kegelschnittes, welcher durch die Punkte X und Y und den Schnittpunkt der Unendlichkeitsstrahlen hindurchgeht. Sind 5 Punkte in einer Ebene gegeben, so kann man 2 derselben als die Punkte X und Y annehmen und die von diesen nach den 3 übrigen Punkten hinführenden Strahlen mit 3 beliebigen Zahlen, z. B. 0, 1, ∞ bezeichnen, die in beiden Fällen dieselben sind. Dadurch wird die Gleichung des durch die 5 Punkte bestimmten Kegelschnittes auf die Form $y = x$ gebracht, aus der z. B. sehr leicht eine Tangentenkonstruktion an den blos durch 5 Punkte gegebenen Kegelschnitt folgt.

Es ist leicht einzusehen, dass die *Cartes*ische analytische Geometrie der Ebene als ein besonderer Fall dieser Bestimmung eines geometrischen Ortes durch eine Gleichung betrachtet werden kann, der sich aus dem allgemeinen Fall ergiebt, wenn die Punkte X und Y beide auf der unendlich fernen Geraden liegen. Das, was diesen Spezialfall besonders auszeichnet, ist, dass die Büschel X und Y den Strahl ∞ entsprechend gemein haben; dies ist nämlich der Grund dafür, dass in der gewöhnlichen analytischen Geometrie eine lineare Gleichung die Gleichung einer geraden Linie ist. Nimmt man die Mittelpunkte X und Y wieder im Endlichen an, bezeichnet aber den gemeinschaftlichen Strahl beidemal mit ∞, so dass also die beiden zu den Büscheln gehörigen äquidistanten Punktreihen dem gemeinschaftlichen Strahl parallel sind, während die beiden Nullstrahlen und noch je ein beliebiger Strahl willkürlich angenommen werden können, so entspricht jetzt ebenfalls jeder linearen Gleichung eine Gerade, und die Ordnung einer jeden Kurve stimmt mit dem Grade ihrer Gleichung überein. Zwei solche lineare Büschel kann man natürlich auch konstruieren, indem man irgend eine lineare Punktreihe von zwei mit dem mit ∞ bezeichneten Punkte in gerader Linie liegenden Punkten aus projiziert und jeden Strahl mit der Zahl des von ihm projizierten Punktes bezeichnet. Die unendlich ferne Gerade hat eine Gleichung, die durchaus nicht vor anderen Gleichungen 1. Grades ausgezeichnet ist. Diese Gleichung kann zwar in jedem konkreten Falle leicht angegeben werden, es würde aber dem Wesen der Geometrie der Lage ganz widersprechen, wenn man dieselbe irgendwie hervorheben wollte.

Hat man eine Gleichung von der Form $y = f(x)$, so ist

$$y = f(x_0) + (x - x_0)\, f'(x_0),$$

wo $f'(x)$ die 1. Derivierte von $f(x)$ bezeichnet, die Gleichung der Tangente im Punkte x_0/y_0.

Bei der vollständigen Analogie, die zwischen dieser Behandlung der Geometrie der Ebene und der gewöhnlichen analytischen Geometrie besteht, will ich hier nicht länger dabei verweilen und auf einige Einzelheiten erst eingehen, wenn ich die komplexen Zahlen eingeführt habe.

Wenn die durch eine Gleichung verbundenen Zahlen x und y Punkte zweier Punktreihen sind, so möge von vorneherein vorausgesetzt werden, dass die die Zahl ∞ darstellenden Punkte der beiden Punktreihen zusammenfallen. Zwei solche linearen Punktreihen erhält man am leichtesten, indem man eine äquidistante Punktreihe von einem Punkte einer durch den Schnittpunkt zweier Geraden zu ihr gezogenen Parallelen auf die beiden Geraden projiziert. Je 2 durch die Gleichung als zusammengehörig gekennzeichnete Punkte x und y werden durch eine Gerade verbunden und so ein Strahlenbüschel erzeugt, der eine Kurve

$\mathfrak{n}$. Klasse einhüllt, wenn die gegebene Gleichung von $\mathfrak{n}$. Grade ist. Eine Gleichung 1. Grades ist nämlich unter den angegebenen Umständen die Gleichung eines Strahlenbüschels 1. Ordnung oder eines Punktes. Ein Büschel, dessen Gleichung vom $\mathfrak{n}$. Grade ist, hat also $\mathfrak{n}$ Strahlen, die durch einen gegebenen Punkt hindurchgehen, da eine Gleichung $\mathfrak{n}$. Grades und eine Gleichung 1. Grades $\mathfrak{n}$ gemeinschaftliche Lösungen besitzen. Hat die Gleichung die Form $y = f(x)$, so ist

$$y = f(x_0) + (x - x_0)\, f'(x_0)$$

die Gleichung des Berührungspunktes auf dem Strahl x_0/y_0, d. h. die Gleichung eines Strahlenbüschels 1. Ordnung, welcher zwei aufeinanderfolgende Strahlen mit dem gegebenen Büschel gemeinschaftlich hat. Die Ebene der beiden gegebenen Punktreihen ist offenbar der vorher betrachteten Ebene der beiden Büschel X und Y oder auch einer gewöhnlichen ne reziprok verwandt.

3.

Das lineare Punktfeld.

Die bisher angestellten Betrachtungen sollen als Einleitung angesehen werden zu den geometrischen Deutungen der komplexen Zahlen, zu denen ich jetzt übergehen will. Denn da das Gebiet der Zahlen, mit denen man im engeren Sinne des Wortes rechnen kann, das zweidimensionale Gebiet der gewöhnlichen komplexen Zahlen ist, so scheint es zweckmässig zu sein, auch der geometrischen Darstellung der Zahlen immer eine zweifache geometrische Mannigfaltigkeit zu Grunde zu legen. Als solche bietet sich zunächst das Punktfeld, welches in einer speziellen Form ja auch schon lange zur Versinnlichung der komplexen Zahlen benutzt wird. Ich will zuerst eine Verallgemeinerung dieser Darstellung beschreiben.

Man nehme zwei lineare Strahlenbüschel X und Y, welche die Zahl ∞ entsprechend gemein haben, und bezeichne den Schnittpunkt des Strahles $\mathfrak{x}$ mit dem Strahl $\mathfrak{y}$ mit $\mathfrak{x} + \mathfrak{y}i$, so ist jede komplexe Zahl eindeutig einem Punkte der Ebene zugeordnet, und umgekehrt. Das so erhaltene Punktfeld ist der gewöhnlichen Ebene der komplexen Zahlen kollinear, und ebenso sind natürlich irgend zwei verschiedene in der angegebenen Weise konstruierten Punktfelder derartig kollinear, dass diejenigen Punkte einander entsprechen, welche dieselbe Zahl repräsentieren. Irgend 3 Zahlen, die in der Form $M + \mathfrak{t}.\, N$ enthalten sind, werden durch 3 Punkte einer geraden Linie dargestellt. Dabei bezeichnen M und N, wie überhaupt alle grossen lateinischen Buchstaben komplexe Zahlen, die durch Punkte dargestellt sind, während solche komplexe Zahlen, die durch Strahlen, bezw. durch Ebenen veranschaulicht werden, mit kleinen lateinischen bezw. griechischen Buchstaben bezeichnet werden sollen. Dadurch, dass eine Zahl durch einen kleinen deutschen Buchstaben ausgedrückt wird, soll angedeutet werden, dass dieselbe nur einen reellen Wert haben kann; mit dem eben schon benutzten Buchstaben $\mathfrak{t}$ bezeichne ich einen Parameter, der alle reellen Werte durchläuft.*)

Wenn die Büschel X und Y nicht die angegebene spezielle Lage hätten, so würde man ein die komplexen Zahlen versinnlichendes Punktfeld bekommen, welches mit der gewöhnlichen Zahlenebene in einer Verwandtschaft 2. Grades stände, so dass alle Zahlen der Form $M + \mathfrak{t} N$ auf einem durch M und N bestimmten Kegelschnitt gelegen wären, der immer durch die Punkte X und Y und den Schnittpunkt der beiden Unendlichkeitsstrahlen — das sind die Hauptpunkte des Herrn *Reye* — hindurchginge. Um die angegebene wichtige Eigenschaft des zuerst konstruierten Punktfeldes, dass nämlich je zwei solche Felder kollinear sind, anzudeuten und zugleich auszudrücken, dass bei der Erwähnung eines solchen Gebildes durchaus nicht an irgend eine Beziehung zu einer anderen Ebene gedacht zu werden braucht,

---

*) Von dieser Verabredung sind natürlich solche Buchstaben ausgenommen, die wie z. B. e und π eine feststehende Bedeutung haben.

soll dasselbe ein *lineares Punktfeld* genannt werden; ein quadratisches Punktfeld ist ein solches, welches mit einem linearen quadratisch verwandt ist, wie das eben schon erwähnte.

Die Konstruktion des allgemeinen linearen Punktfeldes durch zwei lineare Strahlenbüschel ist die einfachste und anschaulichste, aber nicht die einzige. Man kann das lineare Punktfeld z. B. auch erhalten durch Projektion eines äquidistanten orthogonalen Punktfeldes, d. h. einer gewöhnlichen Zahlenebene. Es ist auch schon vollständig bestimmt, wenn 4 Punkte, von denen nicht 3 in einer Geraden liegen, mit 4 beliebigen Zahlen A, B, C, D bezeichnet werden, von denen nicht 3 einer Form $M + t.N$ angehören. Der Schnittpunkt der Verbindungslinien von A und B und von C und D muss nämlich einerseits die Form $A + t\ (B-A)$ und andererseits die Form $C + t'(D-C)$ haben. Setzt man diese Ausdrücke einander gleich und trennt das Reelle und das Imaginäre von einander, so erhält man zwei lineare Gleichungen, aus denen die unbekannten Grössen $t = t_1$ und $t' = t'_1$ bestimmt werden können. Ebenso findet man die beiden Zahlen, die zu den Schnittpunkten der übrigen noch möglichen Verbindungslinien von je zweien der 4 Punkte gehören, und kann so mit Zuhülfenahme der neubestimmten Punkte beliebig viele Punkte der Ebene mit den zugehörigen Zahlen bezeichnen. Diese Konstruktion des linearen Punktfeldes entspricht genau der ursprünglichen *Möbius*schen Definition der kollinearen Verwandtschaft (Vergl. *Hankel:* Vorlesungen über projektivische Geometrie. Leipzig 1875. S. 250*). Am bequemsten kommt man wohl von den gegebenen 4 Punkten aus zu allen Zahlen des linearen Punktfeldes, indem man mittelst der Zahlen A, B, $A + t_1\,(B-A)$, durch die eine lineare Punktreihe vollständig bestimmt ist, die Zahl $A + \infty\ (B-A)$ konstruiert und ebenso mittelst C, D, $C + t'_1\ (D-C)$ die Zahl $C + \infty\,(D-C)$. Die Verbindungslinie dieser beiden Punkte ist die Unendlichkeitsaxe des Punktfeldes, d. h. die Linie, auf der alle unendlich grossen Zahlen liegen, auch die Mittelpunkte X und Y der beiden Strahlenbüschel, mittelst deren zuerst das lineare Punktfeld gefunden wurde; X ist die rein imaginäre und Y die reelle unendlich grosse Zahl. Darauf berechnet und konstruiert man die Werte von t und t', die $A + t\,(B-A)$ und $C + t'\,(D-C)$ reelle und rein imaginäre Werte geben, verbindet die beiden reellen und die beiden rein imaginären Zahlen und bekommt die reelle und die rein imaginäre Punktreihe und als Schnittpunkte dieser Linien mit der Unendlichkeitsaxe die Mittelpunkte Y und X. Projiziert man von X aus die gefundenen beiden reellen Zahlen auf eine mit der Unendlichkeitsaxe parallele Gerade, so hat man 2 Punkte einer zu X gehörigen äquidistanten Punktreihe und kann nun jeden Strahl des Büschels X leicht finden; ganz analog bestimmt man auch den Büschel Y und kann jetzt die zuerst angegebene Konstruktion anwenden, um zu allen Punkten des linearen Punktfeldes zu gelangen.

Nachdem so der Begriff des linearen Punktfeldes festgestellt ist, handelt es sich zunächst darum, einige aus der Geometrie des Masses bekannte Grundelemente vieler wichtiger geometrischer Untersuchungen, nämlich die Strecke oder die Entfernung zweier Punkte, den Winkel, den Flächeninhalt, ferner das Bogendifferential und die Krümmung einer Kurve auf das lineare Punktfeld zu übertragen, wobei aber, wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, von einer Längen-, Winkel- oder Flächeneinheit kein Gebrauch gemacht werden kann. Dabei benutze ich den Umstand, dass neben den komplexen Zahlen, die gleichsam als geometrische Objekte behandelt werden, die reellen Zahlen noch in anderer Weise zur Verfügung stehen, nämlich zur Bestimmung einer *Anzahl* von geometrischen Objekten. Bei dem Worte „Anzahl“ denkt man zunächst an eine ganze positive Zahl, und es thut der Schärfe der Begriffsbestimmung auch durchaus keinen Abbruch, sondern befördert dieselbe nur, wenn man bei den folgenden Betrachtungen diese ursprüngliche Bedeutung des Wortes zuweilen im Auge behält. Diese ursprünglinhe Bedeutung des Wortes soll „eigentliche Anzahl“ genannt werden, das Wort „Anzahl“ selbst gebrauche ich in einer ähnlich erweiterten Bedeutung, wie dies *Faraday* und seine Nachfolger thun, wenn sie von der Anzahl von Kraftlinien eines magnetischen Feldes sprechen.

---

*) S. auch S. 96 des oben erwähnten Calcolo geometrico von Herrn Peano.

In einer linearen Punktreihe soll unter Entfernung des Punktes $\mathfrak{x}_1$ von dem Punkte $\mathfrak{x}_2$ oder der Strecke $\mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2$, wenn $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ ganze Zahlen sind und $\mathfrak{x}_1 < \mathfrak{x}_2$ ist, die eigentliche Anzahl der zwischen $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ liegenden ganzen Zahlen, $\mathfrak{x}_2$ selbst mitgerechnet, verstanden werden; diese Anzahl ist

$$\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1 = \begin{vmatrix} \mathfrak{x}_2 & 1 \\ \mathfrak{x}_1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Wenn $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ rationale Brüche mit dem Generalnenner $\mathfrak{n}$ sind, so bestimme man die eigentliche Anzahl der Vielfachen von $\frac{1}{\mathfrak{n}}$, welche zwischen $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ liegen, incl. $\mathfrak{x}_2$; diese eigentliche Anzahl dividiert durch $\mathfrak{n}$, soll dann als die Anzahl der zwischen $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ liegenden ganzen Zahlen bezeichnet und als Entfernung von $\mathfrak{x}_1$ nach $\mathfrak{x}_2$ aufgefasst werden, dieselbe ist wieder gleich $\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1$. Da $\mathfrak{n}$ beliebig gross sein kann, so ist damit auch für den Fall, dass $\mathfrak{x}_1$ oder $\mathfrak{x}_2$ oder beide Zahlen irrational sind, diese Differenz als die Entfernung der beiden Punkte oder als die Strecke $\mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2$ zu definieren. Die Entfernung von $\mathfrak{x}_2$ nach $\mathfrak{x}_1$ ist demnach gleich der negativ genommenen Entfernung von $\mathfrak{x}_1$ nach $\mathfrak{x}_2$.

Bei dem Übergang von $\mathfrak{x}_1$ zu $\mathfrak{x}_2$, also auch bei der Bestimmung der Entfernung soll niemals der die Zahl ∞ darstellende Punkt überschritten werden, wohl aber, wenn dies notwendig sein sollte, der unendlich ferne Punkt der linearen Punktreihe. Dadurch ist die Strecke zwischen zwei Punkten vollkommen unzweideutig bestimmt.

In einem linearen Punktfelde darf als die Entfernung zweier Punkte Z_1 und Z_2 nicht etwa die Differenz der beiden Zahlen Z_2 und Z_1 genommen werden, welche ja im allgemeinen eine komplexe Zahl ist, es muss vielmehr zuerst der Begriff einer beliebigen linearen Punktreihe eines linearen Punktfeldes definiert werden. Eine solche wird von dem Punkte Z durchlaufen, wenn in dem Ausdrucke

$$Z = A + \mathfrak{t}\,(B - A)$$

der Parameter $\mathfrak{t}$ alle reellen Werte annimmt; die Punktreihe enthält die Zahlen A und B. Eine beliebige gerade Punktreihe soll in der Regel in der Form

$$Z = A + \mathfrak{t}\,.\,\mathfrak{r}\,.\,e^{\mathfrak{v}i}$$

geschrieben werden, wo $\mathfrak{r}$ entweder eine Konstante oder eine reelle Funktion von $\mathfrak{t}$, $\mathfrak{v}$ eine Konstante ist; $\mathfrak{r}$ möge die Geschwindigkeit genannt werden, mit der ein beweglicher Punkt die Punktreihe durchläuft. Wenn $\mathfrak{r}$ konstant ist, so ist die gerade Punktreihe eine lineare.

Um nun die Entfernung zweier Punkte Z_1 und Z_2 zu bestimmen, setze man

$$Z_1 = A + \mathfrak{k}_1\,.\,e^{\mathfrak{v}i}$$

und

$$Z_2 = A + \mathfrak{k}_2\,.\,e^{\mathfrak{v}i},$$

was nach Annahme des auf der Geraden $Z_1 Z_2$ liegenden beliebigen Punktes A immer auf eine Weise möglich ist. *Die Differenz* $\mathfrak{k}_2 - \mathfrak{k}_1$ *ist dann die Entfernung von* Z_1 *nach* Z_2 *oder die Länge der Strecke* $Z_1\,Z_2$*;* diese Differenz ist, wie man leicht einsieht, unabhängig von der Wahl des Punktes A. Unter der Strecke $Z_1 Z_2$ ist diejenige geradlinige Verbindung der beiden Punkte zu verstehen, bei deren Durchlaufung man die Unendlichkeitsaxe nicht überschreitet Für $\mathfrak{v} = 0$, wenn also die Strecke auf einem Strahl des Büschels mit dem Mittelpunkt Y liegt, stimmt diese Definition der Entfernung genau mit der bei der reellen linearen Punktreihe gegebenen überein. Sie kann also auch als eine unmittelbare Verallgemeinerung der in der Geometrie des Masses üblichen Definition angesehen werden. Alle massgeometrischen Beziehungen zwischen Strecken oder Funktionen von Strecken lassen sich sofort auf das lineare Punktfeld übertragen, z. B der Satz des *Pythagoras* mit allen seinen Folgerungen, denn auch der Begriff des Winkels im linearen Punktfeld ist, wie sogleich gezeigt werden soll, nur eine Verallgemeinerung der gewöhnlich so bezeichneten Beziehung zwischen zwei verschiedenen Punktreihen. Setzt man $Z_1 = \mathfrak{x}_1 + \mathfrak{y}_1 i$, $Z_2 = \mathfrak{x}_2 + \mathfrak{y}_2 i$, so kann man z. B. die Entfernung der Punkte Z_1 und Z_2 auch auf die Form

$$\mathfrak{k}_2 - \mathfrak{k}_1 = \sqrt{(\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1)^2 + (\mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1)^2}$$

bringen.

Lässt man in dem Ausdrucke

$$Z = A + \mathfrak{t}.\,\mathfrak{r}.\,e^{\mathfrak{v}i}$$

$\mathfrak{v}$ alle Werte von 0 bis π annehmen, so erhält man unendlich viele den Punkt A enthaltende gerade Punktreihen. Alle Punktreihen mit demselben $\mathfrak{v}$ und verschiedenen Werten von A gehen durch denselben Punkt der Unendlichkeitsaxe. Für $\mathfrak{v} = 0$ ist dieser Punkt der Mittelpunkt des Büschels Y, für $\mathfrak{v} = \frac{1}{2}\pi$ der des Büschels X. Bezeichnet man jeden Punkt der Unendlichkeitsaxe mit dem zugehörigen Wert von $\mathfrak{v}$, so erhält man auf derselben eine nicht lineare, sondern transcendente Punktreihe, setzt man aber

$$e^{\mathfrak{v}i} = \cos\mathfrak{v} + i\sin\mathfrak{v}\text{*)}$$

und bezeichnet jeden Punkt der Unendlichkeitsaxe mit dem zugehörigen Wert von $tg\,\mathfrak{v} = \frac{\sin\mathfrak{v}}{\cos\mathfrak{v}}$, so erhält man eine lineare Punktreihe auf derselben, deren Nullpunkt mit Y, deren Unendlichkeitspunkt mit X zusammenfällt; den Einheitspunkt dieser Punktreihe, durch den dieselbe vollständig bestimmt ist, bekommt man z. B. als den Schnittpunkt der Verbindungslinie der Punkte 0 und $1 + i$ mit der Unendlichkeitsaxe. Unter dem Punkt $\mathfrak{x}$ der Unendlichkeitsaxe soll der Punkt $\mathfrak{x}$ dieser linearen Punktreihe verstanden werden; als Punkt des linearen Punktfeldes müsste derselbe eigentlich mit $\lim\mathfrak{r}(1 + \mathfrak{x}i)$, $\lim\mathfrak{r} = \infty$, bezeichnet werden.

Als Winkel, den zwei Punktreihen z und z' einschliessen, deren Punkte die Werte

$$Z = A + \mathfrak{t}.\,\mathfrak{r}\,e^{\mathfrak{v}i} \text{ und } Z' = A' + \mathfrak{t}'.\,\mathfrak{r}'.\,e^{\mathfrak{v}'i}$$

durchlaufen, soll die Differenz $\mathfrak{v}' - \mathfrak{v}$ *angesehen werden.*

Es ist zweckmässig, jedem nicht auf der Unendlichkeitsaxe liegenden Punkt des linearen Punktfeldes einen gewissen Sinn beizulegen, indem man sagt, dass man in positivem Sinne um den Punkt herumgehe, wenn man von den Punkt enthaltenden Punktreihen mit kleinerem $\mathfrak{v}$ zu solchen mit grösserem $\mathfrak{v}$ übergeht. Dieser positive Sinn stimmt auf der einen Seite der Unendlichkeitsaxe mit dem Drehungssinn des Uhrzeigers überein, auf der anderen nicht, so dass es scheint, als ob man beim Überschreiten dieser Linie von der einen Seite der Ebene auf die andere übergegangen wäre. Bezeichnet man die Richtung von dem Punkte 0 über 1 nach ∞ auf der Unendlichkeitsaxe als die positive, so scheint von der Unendlichkeitsaxe aus gesehen ein um irgend einen Punkt des linearen Punktfeldes in positivem Sinne sich drehender Punkt, wenn er auf der der Unendlichkeitsaxe zugewandten Seite sich befindet, sich in der positiven Richtung der Axe zu bewegen.

Drei Gerade teilen das Punktfeld in 4 Dreiecke, von denen eins nicht von der unendlich fernen Geraden und eins nicht von der Unendlichkeitsaxe durchschnitten wird; das letztere hat einen endlichen „Punktinhalt", ein Wort, welches hier statt „Flächeninhalt" gebraucht werden soll. Der Umfang dieses Dreiecks, der von 3 endlichen Strecken gebildet wird — die Strecken sind endlich, weil sie die Unendlichkeitsaxe nicht schneiden, wenn auch vielleicht die unendlich ferne Gerade — ist dabei als in einem bestimmten Sinne durchlaufen zu denken, mit dessen Umkehrung der Punktinhalt sein Zeichen wechselt. Der Punktinhalt ist positiv, wenn dieser Sinn mit dem eines im Innern des Dreiecks liegenden Punktes übereinstimmt *Der Punktinhalt eines Dreiecks ist die Anzahl der im Innern desselben liegenden ganzen Zahlen*, in erster Annäherung also, abgesehen vom Vorzeichen, die eigentliche Anzahl dieser ganzen Zahlen, in zweiter die eigentliche Anzahl der eingeschlossenen ganzen und halben ganzen Zahlen dividiert durch 4, in $\mathfrak{n}$. Annäherung die eigentliche Anzahl aller eingeschlossenen $\mathfrak{n}$. Teile von ganzen Zahlen dividiert durch $\mathfrak{n}^2$. Der Punktinhalt des Dreiecks, dessen Ecken der Reihe nach die Zahlen $\mathfrak{x}_1 + \mathfrak{y}_1 i$, $\mathfrak{x}_2 + \mathfrak{y}_2 i$, $\mathfrak{x}_3 + \mathfrak{y}_3 i$ sind, ist gleich

*) Es ist selbstverständlich, dass die trigonometrischen Funktionen hier als durch ihre analytische Definition gegeben vorausgesetzt werden.

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} \mathfrak{x}_1 & \mathfrak{y}_1 & 1 \\ \mathfrak{x}_2 & \mathfrak{y}_2 & 1 \\ \mathfrak{x}_3 & \mathfrak{y}_3 & 1 \end{vmatrix}$$

auch dem Vorzeichen nach. Dieser Satz kann als aus der Geometrie des Masses bekannt und deshalb als allgemeingültig betrachtet werden, weil die hier gegebene Definition des Punktinhaltes, wenn das lineare Punktfeld die gewöhnliche Zahlenebene ist, mit der unter Zugrundelegung einer Flächeneinheit gegebenen gewöhnlichen Definition des Flächeninhaltes zu denselben Resultaten führt. Der Satz kann natürlich auch ohne diese Zurückführung auf die Geometrie des Masses ganz analog wie in dieser bewiesen werden. Der Inhalt einer jeden geschlossenen Figur ergiebt sich hiernach von selbst als die Anzahl der innerhalb derselben gelegenen ganzen Zahlen. Eine Hyperbel z. B. oder eine Parabel, welche die Unendlichkeitsaxe nicht schneiden oder berühren, haben einen endlichen Punktinhalt. Die Punktinhalte der beiden Teile einer Hyperbel, die zu beiden Seiten der Unendlichkeitsaxe liegen, haben dasselbe Vorzeichen, denn wenn man um den einen Teil so herumgeht, dass das Innere links liegt, so muss man, diese Bewegung stetig über die unendlich ferne Gerade hinweg fortsetzend, den anderen Teil so umkreisen, dass das Innere rechts liegt, so dass die Bewegungsrichtung in beiden Fällen denselben Sinn hat oder den entgegengesetzten wie ein im Innern der Hyperbel liegender Punkt.

Das Punktfeld kann dazu dienen, eine Gleichung zwischen zwei Veränderlichen zu veranschaulichen. Dabei darf die als unabhängig betrachtete Variabele aber nicht alle komplexen Werte annehmen, wenn das erzeugte Gebilde nicht die ganze Ebene oder einen Teil derselben vollständig überdecken soll, sondern man muss das Gebiet dieser Variabeln auf eine einfach unendliche Mannigfaltigkeit von Werten beschränken, am einfachsten auf die aller reellen Zahlen, so dass die andere Variabele eine einfach unendliche Mannigfaltigkeit von komplexen Zahlen durchläuft und so eine Kurve beschreibt.

Bezeichnet man die unabhängige Variabele mit $\mathfrak{t}$, so ist

$$F(Z,\mathfrak{t}) = 0$$

die Gleichung einer Kurve, deren Ordnung durch den Grad dieser Gleichung bestimmt wird. Setzt man den reellen und den imaginären Bestandteil von F einzeln gleich Null und eliminiert $\mathfrak{t}$ aus diesen beiden Gleichungen, so bekommt man die Gleichung der Kurve in der gewöhnlichen Gestalt als Gleichung zwischen 2 reellen Veränderlichen. Denkt man sich die Gleichung nach Z aufgelöst und $Z = f(\mathfrak{t})$ gefunden, so ist

$$Z = f(\mathfrak{t}_0) + (\mathfrak{t} - \mathfrak{t}_0) f'(\mathfrak{t}_0)$$

die Gleichung einer linearen Punktreihe, welche bis auf Grössen 2. Ordnung mit der Gleichung der Kurve im Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$ übereinstimmt; es ist die Gleichung der Tangente in diesem Punkte. Ist $f'(\mathfrak{t}_0) = f'_1(\mathfrak{t}_0) + if'_2(\mathfrak{t}_0)$, so ist die Verbindungslinie des Punktes $\frac{f'_2(\mathfrak{t}_0)}{f'_1(\mathfrak{t}_0)}$ der Unendlichkeitsaxe mit dem Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$ die Tangente der Kurve im Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$. Setzt man $f'(\mathfrak{t}_0) = \mathfrak{r}.e^{\mathfrak{v}i}$, wo $\mathfrak{r} = \sqrt{f'_1(\mathfrak{t}_0)^2 + f'_2(\mathfrak{t}_0)^2}$ und $\mathfrak{v} = arctg\,\frac{f'_2(\mathfrak{t}_0)}{f'_1(\mathfrak{t}_0)}$, so giebt $\mathfrak{r}$ die Geschwindigkeit des die Kurve beschreibenden Punktes im Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$ an, und durch $\mathfrak{v}$ ist die Richtung der Tangente bestimmt. Den Ausdruck $\mathfrak{r}.dt$, wo $dt = lim\,(\mathfrak{t} - \mathfrak{t}_0)$ eine verschwindend kleine Zahl ist, kann man als das Bogendifferential der Kurve im Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$ bezeichnen. Dabei ist es natürlich gleichgültig, ob dt im gewöhnlichen Sinne eine unendlich kleine Strecke ist oder nicht; das letztere würde möglicherweise eintreten, wenn $f(\mathfrak{t}_0)$ auf der unendlich fernen Geraden liegt. Als Krümmung der Kurve im Punkte $f(\mathfrak{t}_0)$ wird das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit, mit der $\mathfrak{v}$ sich ändert, und der Geschwindigkeit, mit der der beschreibende

Punkt auf der Tangente sich bewegt, definiert. Es ergiebt sich darnach für die Krümmung der bekannte Ausdruck

$$\frac{f'_1(t_0) \cdot f''_2(t_0) - f'_2(t_0) \cdot f''_1(t_0)}{(f'_1(t_0)^2 + f'_2(t_0)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

In jedem linearen Punktfelde giebt es ∞^3 Kegelschnitte mit konstanter Krümmung, welche man Kreise nennen kann.

Ganz ähnliche Betrachtungen, wie sie hier über das lineare Punktfeld angestellt sind, gelten für das quadratische Punktfeld. Dabei spielt die zweifach unendliche Serie von Kegelschnitten, welche durch die 3 Hauptpunkte hindurchgehen und von denen $3 . \infty$ in Gerade zerfallen, dieselbe Rolle, die im linearen Punktfeld den linearen Punktreihen zufällt.

4.

Das lineare Strahlenfeld.

Um ein *lineares* Strahlenfeld zu konstruieren, geht man von zwei linearen Punktreihen x und y aus, deren Unendlichkeitspunkte zusammenfallen. Verbindet man den Punkt $\mathfrak{x}$ der ersten mit dem Punkte $\mathfrak{y}$ der zweiten durch eine Gerade, so soll diese mit $z = \mathfrak{x} + \mathfrak{y}\, i$ bezeichnet werden. Alle Zahlen von der Form $a + \mathfrak{t} . b$ schneiden sich in einem Punkte. Das lineare Strahlenfeld ist auch durch 4 Strahlen bestimmt, von denen nicht 3 durch einen Punkt gehen, und welche mit 4 Zahlen bezeichnet sind, von denen nicht 3 einer linearen Form angehören. Die Art und Weise, auf die man von den 4 gegebenen Strahlen aus zu der ersten Konstruktion des linearen Strahlenfeldes und damit zu allen Strahlen desselben kommt, ist der bei dem linearen Punktfeld dual entsprechend, so dass ich einfach darauf verweisen kann. Auch alles übrige, was sich über das lineare Strahlenfeld aussagen lässt, findet sein dual entsprechendes Analogon im linearen Punktfelde; dennoch scheint es mir nicht überflüssig zu sein, wenn ich kurz auseinandersetze, was man im linearen Strahlenfeld unter Winkel, Strecke, Flächeninhalt u. s. w. zu verstehen hat.

Im linearen Strahlenbüschel definiert man als Winkel, den die beiden Strahlen $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ einschliessen, die Differenz $\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1$, d. i. die Anzahl der zwischen $\mathfrak{x}_1$ und $\mathfrak{x}_2$ liegenden Strahlen, welche ganze Zahlen repräsentieren. Der Übergang von $\mathfrak{x}_1$ zu $\mathfrak{x}_2$ geschieht so, dass der Unendlichkeitsstrahl nicht überschritten wird.

Im linearen Strahlenfeld ist

$$z = a + \mathfrak{t}\,(b - a)$$

die Gleichung eines linearen Strahlenbüschels oder eines Punktes, durch den die Strahlen a und b hindurchgehen. Bringt man die Gleichung auf die Form

$$z = a + \mathfrak{t} . \mathfrak{r} . e^{\mathfrak{v} i},$$

so kann $\mathfrak{r}$ als die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet werden, mit welcher der bewegliche Strahl den Strahlenbüschel beschreibt. *Der Winkel, den die zu den Werten* $\mathfrak{k}_1$ *und* $\mathfrak{k}_2$ *des Produktes* $\mathfrak{t} . \mathfrak{r}$ *gehörenden Strahlen* z_1 *und* z_2 *einschliessen, ist* $\mathfrak{k}_2 - \mathfrak{k}_1$. Lässt man $\mathfrak{v}$ alle Werte von 0 bis π annehmen, so erhält man alle Strahlenbüschel, deren Mittelpunkte auf dem Strahl a liegen. Zugleich bekommt dieser Strahl dadurch einen gewissen positiven Sinn, d. i. die Richtung, in der man sich auf dem Strahl mit wachsendem $\mathfrak{v}$ bewegt. Alle Punkte, die zu demselben $\mathfrak{v}$ gehören, liegen auf demselben Strahl des Unendlichkeitsbüschels, dessen Mittelpunkt der Schnittpunkt der beiden Punktreihen ist, mittelst deren das Strahlenfeld konstruiert wurde. Bezeichnet man jeden Unendlichkeitsstrahl mit dem zugehörigen Wert von $\mathfrak{v}$, so erhält man einen transcendenten Strahlenbüschel; einen linearen Strahlenbüschel dagegen bekommt man, wenn man jeden Strahl des Unendlichkeitspunktes mit dem zugehörigen Wert von $tg\, \mathfrak{v}$ bezeichnet. Der hierdurch bestimmte Sinn des Unendlichkeitspunktes stimmt mit dem Sinn

jedes Strahles des linearen Strahlenfeldes überein, insofern die positive Richtung des Strahles vom Unendlichkeitspunkte aus gesehen dieselbe ist wie die eines Punktes, der sich mit wachsendem $\mathfrak{v}$ um den Unendlichkeitspunkt herumbewegt, wenn derselbe sich zwischen diesem letzteren Punkt und dem Strahl befindet.

Unter der Strecke ZZ' oder der Entfernung von Z nach Z' versteht man die Differenz der zu diesen Punkten gehörigen Werte von $\mathfrak{v}$. Im linearen Strahlenfelde ist also der Winkel algebraisch, die Strecke transcendent definiert, gerade umgekehrt wie im linearen Punktfelde.*)

Die 3 Verbindungslinien dreier Punkte des Strahlenfeldes teilen dasselbe in 4 Dreiseite, von denen eins den Unendlichkeitspunkt einschliesst. *Dieses hat einen endlichen Strahleninhalt, worunter die Anzahl aller ganzen Zahlen zu verstehen ist, welche den Umfang des Dreiseits nicht schneiden,* in erster Annäherung also die eigentliche Anzahl aller dieser ganzen Zahlen, in zweiter die eigentliche Anzahl aller Hälften von ganzen Zahlen, welche ganz ausserhalb des Dreiseits verlaufen, dividiert durch 4, u. s. w. Natürlich entspricht jeder Strahl, welcher zum Strahleninhalt eines Dreiseits beiträgt, einem Punkte, welcher zum Punktinhalt des homologen Dreiecks in einem linearen Punktfeld beiträgt. Der Strahleninhalt ist positiv oder negativ, je nachdem die Drehungen, die man um die Eckpunkte des Dreiseits machen muss, um von einer Seite zur nächsten überzugehen, denselben Sinn haben wie die positive Richtung der in Betracht kommenden Strahlen, oder nicht, was man beurteilt, indem man von den Eckpunkten aus nach den Strahlen hinsieht. Sind die Seiten des Dreiseits der Reihe nach die Zahlen $\mathfrak{x}_1 + \mathfrak{y}_1 i$, $\mathfrak{x}_2 + \mathfrak{y}_2 i$, $\mathfrak{x}_3 + \mathfrak{y}_3 i$, so ist der Strahleninhalt wieder durch die Hälfte der bekannten Determinante 3. Grades auch dem Vorzeichen nach bestimmt. Der Strahleninhalt einer geschlossenen Figur ist endlich, wenn dieselbe den Unendlichkeitspunkt umgiebt, und zwar gleich der positiven oder negativen Anzahl der ganzen Zahlen, welche den Umfang der Figur nicht treffen.

Die Gleichung $\mathfrak{n}$. Grades $F(z, \mathfrak{t}) = 0$ ist die Gleichung eines Strahlenbüschels $\mathfrak{n}$. Ordnung oder einer Kurve $\mathfrak{n}$. Klasse, denn dieselbe hat $\mathfrak{n}$ Lösungen mit einer Gleichung 1. Grades gemein, so dass $\mathfrak{n}$ Strahlen des Büschels zu einem gegebenen Strahlenbüschel 1. Ordnung gehören.

Setzt man wieder $z = f(\mathfrak{t})$, so ist

$$z = f(\mathfrak{t}_0) + (\mathfrak{t} - \mathfrak{t}_0) . f'(\mathfrak{t}_0)$$

die Gleichung des Berührungspunktes, der auf dem Strahl $f(\mathfrak{t}_0)$ liegt, d. h. desjenigen Strahlenbüschels 1. Ordnung, welcher den Strahl $f(\mathfrak{t}_0)$ und den unmittelbar benachbarten mit dem gegebenen Strahlenbüschel $\mathfrak{n}$. Ordnung gemein hat. Der Berührungspunkt ist der Schnittpunkt des Strahles $\dfrac{f'_2(\mathfrak{t}_0)}{f'_1(\mathfrak{t}_0)}$ des linearen Unendlichkeitsbüschels mit dem Strahl $f(\mathfrak{t}_0)$. Ist wieder $f'(\mathfrak{t}_0) = \mathfrak{r}. e^{\mathfrak{v}i}$, so ist $\mathfrak{r}$ die Winkelgeschwindigkeit, mit der der Strahl sich um den Berührungspunkt dreht, $\mathfrak{r}. dt$ ist der Kontingenzwinkel, $\dfrac{d\mathfrak{v}}{dt}$ die Geschwindigkeit, mit der der Berührungspunkt sich auf dem beschreibenden Strahl bewegt. *Die Krümmung der Klassenkurve ist also der reziproke Wert von der Krümmung der entsprechenden Ordnungskurve im linearen Punktfelde.* In der That ist z. B. die Krümmung des Punktes gleich unendlich, die der geraden Punktreihe gleich Null.

5.

Die Funktionen komplexen Arguments.

Eine Gleichung zwischen zwei veränderlichen Grössen, welche alle komplexen Werte annehmen können, kann auf verschiedene Weisen geometrisch gedeutet werden, z. B. indem man die unabhängige Variabele alle Punkte eines linearen Punktfeldes durchlaufen lässt und

*) Vergl. die oben erwähnte Abhandlung des Herrn Klein im 4. Bande der Math. Annalen.

die andere Variabele, die Funktion dieses komplexen Arguments, die Punkte eines anderen linearen Punktfeldes. *Auf diese Weise werden die beiden Punktfelder derartig auf einander bezogen, dass sie in den kleinsten Teilen kollinear sind,* da durch eine Gleichung 1. Grades eine kollineare Abbildung der beiden Ebenen vermittelt wird. In derselben Weise kann man zwei Strahlenfelder auf einander beziehen oder ein Punktfeld und ein Strahlenfeld; die letzteren sind dann in den kleinsten Teilen reziprok verwandt.

Man kann nun aber die komplexen Zahlen, statt durch die Punkte oder Strahlen einer Ebene, ebenso gut auch durch die Strahlen oder Ebenen eines Strahlenbündels veranschaulichen. Das lineare Strahlenbündel erhält man am einfachsten, indem man die Punkte eines linearen Punktfeldes von einem Punkte ausserhalb desselben durch Strahlen projiziert, das lineare Ebenenbündel, indem man analog mit den Strahlen eines linearen Strahlenfeldes verfährt. Jedem Strahl, bezw. jeder Ebene legt man die Bedeutung bei, welche das projizierte Element hat. Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dass das lineare Strahlen- und Ebenenbündel auch ohne Zuhülfenahme der Felder ganz analog wie diese konstruiert werden können.

Um durch eine Gleichung zwischen zwei komplexen Veränderlichen ein räumliches Gebilde zu erzeugen, kann man z. B. die eine Variabele durch die Ebenen eines Ebenenbündels, die andere durch die Strahlen eines Strahlenbündels darstellen und den Schnittpunkt zweier zusammengehöriger Zahlen bestimmen, alle diese Schnittpunkte liegen dann auf einer Fläche, die durch die gegebene Gleichung charakterisiert ist. Man kann auch als erzeugende Gebilde zwei Ebenenbündel nehmen und so ein Strahlensystem oder eine Kongruenz bestimmen, oder ein Punktfeld und ein Strahlenfeld, welche ein Ebenenbündel erzeugen, oder zwei Punktfelder, welche ebenfalls ein Strahlensystem bestimmen, dessen Strahlen die Verbindungslinien je zweier zusammengehöriger Punkte sind. Diese letztere Methode schliesst sich der gewöhnlichen Interpretation einer solchen Gleichung am meisten an und soll deshalb etwas genauer betrachtet werden.

Um möglichst einfache Gebilde zu bekommen und besonders auch wegen der bequemen Einteilung der zu betrachtenden Kongruenzen ist es zweckmässig, die Punktfelder in eine besondere Lage zu einander zu bringen, so nämlich, dass sie die Unendlichkeitsaxe und jeden Punkt derselben entsprechend gemein haben. Am einfachsten ist es, wenn man sich zwei identische lineare Punktfelder so auf einander gelegt denkt, dass entsprechende Punkte sich decken, und dann das eine derselben um die Unendlichkeitsaxe durch einen beliebigen Winkel dreht. Eine Gleichung von der Form

$$Y = \mathfrak{a} . X + A$$

ist unter diesen Umständen die Gleichung eines Strahlenbündels oder eines Punktes im Raume. Die Y-Ebene ist nämlich der X-Ebene kollinear, wenn zusammengehörige Werte von X und Y als homologe Punkte betrachtet werden, weil einer linearen Punktreihe der einen Ebene eine solche der anderen entspricht. Die beiden Felder sind aber auch perspektivisch, weil $\mathfrak{a}$ eine reelle Zahl ist, so dass die Punkte der Unendlichkeitsaxe der Y-Ebene mit den ihnen durch die Gleichung zugewiesenen Punkten der X-Ebene vereinigt bleiben. Daraus folgt die Behauptung nach elementaren Sätzen der Geometrie der Lage, die ich hier als bekannt voraussetzen will. Denkt man sich die Y-Ebene in ihre ursprüngliche Lage zurückgedreht, so fallen die Punkte $\frac{A}{1-\mathfrak{a}}$ der beiden Ebenen zusammen, und der Strahlenbündel geht in einen Strahlenbüschel mit diesem Mittelpunkt über.

Die Gleichung

$$Y = (\mathfrak{a} + \mathfrak{b}\, i)\; X + A,$$

wo $\mathfrak{b}$ von Null verschieden sein soll, ist die Gleichung eines Strahlensystems, von dem durch jeden Punkt des Raumes ein Strahl hindurchgeht. Die Gleichung eines Punktes hat nämlich mit dieser Gleichung eine Lösung gemeinsam. Zu dem Strahlensystem gehört auch die

Unendlichkeitsaxe der beiden erzeugenden Punktfelder. Das Strahlensystem hat keine reellen Axen, da es keine singulären Punkte giebt. Die Unendlichkeitsaxen der beiden Ebenen fallen wohl selbst noch zusammen, sie haben aber keine reellen Punkte, sondern die Punkte $\pm i$ entsprechend gemein.

In jeder Ebene liegt ein Strahl des Systems, wie aus einem unten bewiesenen allgemeineren Satze folgt, oder auch daraus, dass durch einen Punkt einer Ebene, in welcher 2 Strahlen lägen, auch 2 Strahlen gehen würden, was nicht der Fall sein kann. Lässt man die beiden Punktfelder wieder zusammenfallen, so haben dieselben den Punkt $\frac{A}{1-a-bi}$ gemeinsam; durch diesen Punkt geht kein Strahl des ebenen Strahlensystems, in welches die betrachtete Kongruenz übergeht, und welches aus allen Strahlen der Ebene besteht mit Ausnahme derjenigen, welche durch den erwähnten Punkt gehen. Weil also in diesem Grenzfall ein Punkt der Doppelebene ebenso gut vor allen anderen ausgezeichnet ist, wie in dem Falle, wo $\mathfrak{b} = 0$ ist, so scheint es mir zweckmässig zu sein, dass man das Strahlensystem, welches bei der angegebenen besonderen Lage der erzeugenden linearen Punktfelder eine Gleichung 1. Grades besitzt, in jedem Falle kurzweg einen Punkt nenne. Einen wirklichen Punkt mag man, wenn es nötig ist, durch diesen Zusatz von einem beliebigen Punkte unterscheiden.

Ein durch zwei Punktfelder erzeugtes Strahlensystem, dessen Gleichung vom $\mathfrak{n}$. Grade ist, soll ein System $\mathfrak{n}$. Klasse genannt werden, weil diese Erzeugungsweise geradezu die unmittelbare Verallgemeinerung der Erzeugung einer Klassenkurve ist. *Ein solches Strahlensystem $\mathfrak{n}$. Klasse hat stets $\mathfrak{n}$ reale Strahlen mit einem Punkte gemein.* Zwei Strahlensysteme $\mathfrak{n}$. und $\mathfrak{n}'$. Klasse haben nach dem Satze von *Bézout* über die gemeinschaftlichen Wurzeln zweier Gleichungen $\mathfrak{n}.\mathfrak{n}'$ immer reale Strahlen gemeinsam.

*Die Ordnung eines Klassenstrahlensystems, d. h. die Anzahl der Strahlen desselben, die in einer gegebenen Ebene liegen, ist gleich seiner Klasse.**) Denn einer linearen Punktreihe der X-Ebene entspricht eine Kurve $\mathfrak{n}$. Ordnung der Y-Ebene, welche also von einer die Punktreihe der X-Ebene enthaltenden Ebene in $\mathfrak{n}$ Punkten getroffen wird. Auf der linearen Punktreihe giebt es daher $\mathfrak{n}$ Punkte, welche mit ihren entsprechenden Punkten der Y-Ebene alle in derselben Ebene liegen. Die $\mathfrak{n}$ Strahlen einer beliebigen Ebene brauchen nicht alle real zu sein.

Ist $Y = f(X)$ die Gleichung eines beliebigen durch 2 lineare Punktfelder in der angegebenen besonderen Lage erzeugten Strahlensystems, so ist

$$Y = f(X_0) + (X - X_0) \, . \, f'(X_0)$$

die Gleichung eines Punktes, den man den Berührungspunkt auf dem Strahl $X_0|Y_0$ nennen kann; derselbe ist wirklich, wenn $f'(X_0)$ reell ist. Wenn das letztere der Fall ist, so ist der Strahl $X_0|Y_0$ ein Hauptstrahl im Sinne *Hamiltons* (S. dessen „Theory of Systems of Rays" in den Transactions of the Royal Irish Academy, Bd. 16 und Herrn *E. Kummers* „Allgemeine Theorie der gradlinigen Strahlensysteme", Journal für Math., Bd. 57, S. 224). Strahlen mit getrennten Brennpunkten kommen bei diesen besonderen Strahlensystemen überhaupt nicht vor. Sie ergeben sich, wenn man an Stelle des Punktes das allgemeine Strahlensystem 1. Klasse und 1. Ordnung als Element des Raumes betrachtet, d. h. wenn die Ebenen der komplexen Veränderlichen zwar noch die Unendlichkeitsaxe, aber nicht mehr jeden Punkt derselben entsprechend gemein haben. Ich hoffe, dass ich auf diesen Gegenstand in einer zweiten Arbeit ausführlicher werde eingehen können.

Zu Betrachtungen, welche den eben angestellten dual entsprechen, würde man bei der Untersuchung der durch zwei lineare Ebenenbündel erzeugten Kongruenzen kommen, wenn die Ebenenbündel ihre Unendlichkeitsebenenbüschel und jede Ebene derselben entsprechend gemein haben.

---

*) Über anders erzeugte Strahlenkongruenzen von gleichem „Bündel- und Feldgrade" vergl. die Abhandlung des Herrn Sturm im 101. Bande des Journals für Math., S. 162.

Schulnachrichten.

I. Die allgemeine Lehrverfassung der Schule.

1. Übersicht über die einzelnen Lehrgegenstände und die für jeden derselben bestimmte Stundenzahl.

	Vorschule			Zusammen	Realprogymnasium							Zusammen
	3. El.-Kl.	2. El.-Kl.	1. El.-Kl.		VI.	V.	IV.	III,2.	III,1.	II,2.	II,1.	
Religion	4/2	2	2	6	2	2	2	2	2	2	2	14
Deutsch	8 Schreibl. 6/2 Ansch.	6 1+2 Ansch.	6+ 2 Lesen 2 Ansch.	30	4	3	3	3	3	3	3	22
Lateinisch	—	—	—	—	8	7	6	6	6	5	5	43
Französisch	—	—	—	—	—	5	5	4	4	4	4	26
Englisch	—	—	—	—	—	—	—	4	4	2+2	2+2	16
Geschichte	—	—	—	—	1	1	2	2	2	2	2	12
Geographie resp. Heimatkunde	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	14
Naturgeschichte	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Chemie u. Mineralogie	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	6
Mathematik	—	—	—	—	—	—	2	5	4	4	4	19
Rechnen	6/2	5	6	14	5	4	2	1	—	—	—	12
Schreiben	S. Deutsch	4	4	8	2	2	2	—	—	—	—	6
Zeichnen	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Singen	2	2	2	6	2	2	2	—	—	—	—	6*)
Turnen	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Zusammen	18	22	26	66	32	34	34	35	35	36	36	242

*) Ausserdem wurden alle stimmbegabten Schüler alle Woche eine Stunde im Chorsingen geübt.

2. Übersicht über die Verteilung der Stunden unter die Lehrer.

Von Ostern 1889 bis Ostern 1890.

	Lehrer.	Ordinarius.	Vorschule 3. El.-Kl.	Vorschule 2. El.-Kl.	Vorschule 1. El.-Kl.	Realprogymnasium VI.	V.	IV.	III$_{,2}$.	III$_{,1}$.	II$_{,2}$.	II$_{,1}$.	Zusammen.
1.	**Dr. Gross,** Direktor.										3 Deutsch 5 Latein. 4 Franz.	3 Deutsch 5 Latein. 4 Franz.	12
2.	**Dr. Heesch,** Oberlehrer.	III$_{,2}$							3 Deutsch 4 Franz. 4 Engl.	4 Franz. 4 Engl.	2+2Egl.	2+2Egl.	25
3.	**Dr. Busche,** Oberlehrer.	II$_{,2}$.							5 Math.	2 Physik 4 Math.	2 Physik 4 Math. 2 Turnen	2 Physik 4 Math.	25
4.	**Gehrcke,** ordentlicher Lehrer.	VI.				2 Religion 4 Deutsch 8 Latein		2 Religion	2 Religion	2 Religion	2 Religion	2 Religion	24
5.	**Dr. Fischer,** ordentlicher Lehrer.	II$_{,1}$.				2 Naturg.	2 Naturg.	2 Naturg. 2 Math.	2 Naturg.	2 Naturg.	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	24
6.	**Kertelhein,** ordentlicher Lehrer.	IV.					7 Latein	3 Deutsch 6 Latein.		2 Gesch. 2 Geogr.	2 Gesch.	2 Gesch.	24
7.	**Heims,** ordentlicher Lehrer.	V.				1 Gesch. 2 Geogr.	2 Religion 3 Deutsch 5 Franz. 1 Gesch. 2 Geogr.	5 Franz. 2 Gesch.	2 Gesch.				25
8.	**Düpow,** wissenschaftl. Hilfslehrer.	III$_{,1}$				2 Turnen		2 Geogr. 2 Turnen	6 Latein. 2 Geogr.	3 Deutsch 6 Latein.			23
9.	**Schinkel,** technischer u. Vorschul-lehrer.	1. El.-Kl.			2 Religion 8 Deutsch 6 Rechnen	5 Rechnen 2 Schreib.	4 Rechnen	2 Rechnen	1 Rechnen				30
10.	**Schütte,** technischer u. Vorschul-lehrer.	2. El.-Kl.		2 Religion 6 Deutsch 1 Ansch. 5 Rechnen		2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	30
11.	**Hocke,** Hilfslehrer.	3. El.-Kl.	2 Religion 8 Schreibl. 3 Ansch. 3 Rechnen 2 Singen	2 Ansch. 4 Schreib. 2 Singen	2 Heimatk. 2 Ansch. 4 Schreib. 2 Singen	2 Singen	2 Singen	2 Singen					30 + 1 Chor-singen.

Ausserdem waren im Winterhalbjahre an dem für den Turnunterricht eingerichteten Ersatzunterrichte beteiligt: Der Direktor mit 2 Stunden (1 Lat. u. 1 Franz. in II$_{,2}$ u. II$_{,1}$), Dr. Heesch mit 2 Stunden (1 Franz. in III$_{,1}$ u. 1 Deutsch in III$_{,2}$), Kertelhein mit 1 Stunde (Deutsch in IV), Heims mit 3 Stunden (1 Franz. in IV, 1 Geschichte u. 1 Franz. in V), Düpow mit 4 Stunden (1 Lat. in III$_{,1}$, 1 Lat. in III$_{,2}$ und 2 Lat. in VI).

3. Übersicht über die im Schuljahre von Ostern 1889 bis Ostern 1890 absolvierten Lehrpensen.

A. Im Realprogymnasium:

In Obersekunda (Ordinarius Dr. Fischer).

In der Religion: Systematische Darlegung der christlichen Religion. Lektüre des Römerbriefes. Im Anschluss hieran Glaubens- und Sittenlehre im Abriss. Abriss der Kirchengeschichte und besonders der Reformationsgeschichte (Unterscheidungslehren). Repetition der 5 Hauptstücke und der ersten Hälfte der früher gelernten Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden — *Gehreke.*

Im Deutschen (kombiniert mit Untersekunda): Übersicht über die Entwicklung der deutschen Litteratur in ihren Haupterscheinungen bis Lessing nach *Hopf* u. *Paulsieks* Deutschem Lesebuch II,2. — Dispositionsübungen. — Alle 3 Wochen 1 Aufsatz. — 3 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Lateinischen (kombiniert mit Untersekunda): Systematische Repetition der Formenlehre und Syntax nach *Ellendt-Seyffert.* Hieran anschliessende mündliche und schriftliche Übersetzungen. — Lektüre von *Caesar*s bell. civ. sowie ausgewählter Stücke aus *Ovid*s Metamorphosen. — Wöchentliche Exercitien resp. Extemporalien. — 5 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Französischen (kombiniert mit Untersekunda): Systematische Repetition der Formenlehre und Syntax nach *Ploetz* Schulgrammatik. Hieran anschliessende mündliche und schriftliche Übersetzungen nach *Bertrams* Übungsbuche. — Memorieren von Vokabeln und Phrasen nach *Ploetz* Voc syst. — Lektüre ausgewählter Stücke aus *Herrigs* La France litt. — Wöchentliche Exercitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Englischen: Repetition der Formenlehre und Syntax mit mündlichen und schriftlichen Übungen nach *Gesenius* Engl. Gramm. II resp. *Gesenius* Übungsbuche. Systematisches Memorieren von Vokabeln unAnglizismen nach *Ploetz* Voc. — Lektüre (kombiniert mit Untersekunda) ausgewählter Stücke aus *Herrigs* First Engl. Read. Book. — Wöchentliche Exercitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Geschichte des Mittelalters. Repetition der neueren und neuesten, sowie der alten Geschichte nach *Herbst,* Hilfsbuch. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Geographie: Die aussereuropäischen Erdteile und Europa (II. Teil) mit besonderer Hervorhebung der Verkehrsverhältnisse nach *von Seydlitz* Schulgeographie. Daran anschliessende Kartenskizzen. Einzelne Kapitel aus der allgemeinen Geographie im Anschluss an die Länderkunde. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Kryptogamen. Repetition der Phanerogamen. Abriss der Geschichte der Botanik.

Im Winter: Mineralogie. — Vergleichende Übersicht über die wichtigsten Organsysteme animalischer Lebewesen; kurzer Abriss der Geschichte der Zoologie. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Chemie: Die wichtigsten Metalle und deren Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung der Mineralien, in denen sie sich finden, nach *Rüdorffs* Grundr. d. Chemie. — 2 Stunden — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Optik und Mechanik. — Mathematische Geographie. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Stereometrie und sphärische Trigonometrie nach *Bahnson* II. Die Elemente der darstellenden Geometrie. Arithmetik nach *Heis:* Gleichungen 2. Grades mit mehreren Unbekannten; Diophant. Gleichungen; arithm. u. geometr. Progressionen; Zinseszins- und Rentenrechnung; Kettenbrüche. Gleichungen 3. Grades. — Alle 2 Wochen eine Arbeit meist geom. Inhalts. Daneben Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen (kombiniert mit Untersekunda): Fortgesetzte Ubung im Freihandzeichnen nach einfachen figürlichen Gypsmodellen und lebenden Pflanzen in geeigneter Ausführung. Elemente der Farbenlehre. Ausführung einfacher Aufgaben aus der darstellenden Geometrie, Perspektive und Schattenkonstruktion. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Untersekunda (Ordinarius: Oberlehrer Dr. Busche).

In der Religion: Bibelkunde des Neuen Testaments mit näherem Eingehen auf die heilsgeschichtlich wichtigen Stellen. Lektüre der Apostelgeschichte und einzelner Teile des Römer- und Galaterbriefes. — Memorieren der Reihenfolge der Bücher. Repetition der fünf Hauptstücke und der anderen Hälfte der früher gelernten Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen (kombiniert mit Obersekunda): siehe oben. — 2 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Lateinischen (kombiniert mit Obersekunda): siehe oben. — 5 Stunden. *Dr. Gross.*

Im Französischen (kombiniert mit Obersekunda) siehe oben. — 4 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Englischen: Repetition von Kap. I—IV aus *Gesenius* Engl. Gramm. II. Alsdann § 130 bis 266 mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln und Anglizismen nach *Ploetz* Voc. — Lektüre (kombiniert mit Obersekunda) siehe oben. Wöchentliche Exercitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Alte Geschichte nach *Herbst,* Hilfsbuch I. Repetition der neueren und neuesten Geschichte nach *Müller,* Leitfaden. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Geographie: Europa (1. Teil) und Deutschland, mit besonderer Hervorhebung der Verkehrsverhältnisse, nach *Seydlitz,* Schulgeographie. Daran sich anschliessende Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Beschreibung von Gymnospermen und technisch wichtigen Pflanzen. Zasammenfassende Übersicht aller Pflanzenfamilien mit Berücksichtigung der geographischen und paläontologischen Verhältnisse.

Im Winter: Repetition der Wirbellosen. Anatomie und Physiologie des Menschen in den Grundzügen. Das Hauptsächlichste aus der Naturgeschichte des Menschengeschlechts. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Chemie: Die wichtigsten Metalloide und ihre Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der Mineralien, in denen sie sich finden, und deren technische Verwendung, nach *Rüdorff.* Grundriss der Chemie. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Elektrodynamik, Akustik, das Wichtigste aus der Optik und mathematischen Geographie. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Trigonometrie nach *Bahnson* II, Anwendung der Algebra auf die Geometrie, Transversalen, Ähnlichkeitspunkte etc. nach *Bahnson* I. Arithmetik nach *Heis:* Logarithmen, Exponentialgleichungen, Gleichungen 2. Grades mit einer Unbekannten. Alle 2 Wochen eine geometrische oder arithmetische Arbeit; daneben Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen (kombiniert mit Obersekunda): Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach schwierigeren Gypsornamenten, mehrfarbigen Pflanzenarabesken und lebenden Pflanzen. Die Darstellung ist eine verschiedene je nach dem darzustellenden Gegenstande. Fortgesetzte Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Ober-Tertia (Ordinarius: Düpow).

In der Religion: Bibelkunde des Alten Testaments mit näherem Eingehen auf die heilsgeschichlich wichtigen Stellen. Lektüre grösserer passender Abschnitte aus der Königsgeschichte und aus der Prophetie. Memorieren einiger Psalmen. Repetition der 5 Haupt-

stücke. 2 neue Kirchenlieder gelernt und die zweite Hälfte der früher gelernten Kirchenlieder des Kanons repetiert. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch (besonders *Schillers* Balladen) und aus *Schillers* Geschichte des 30jährigen Krieges. Deklamation von Gedichten. Grammatische Wiederholungen, besonders der Satz- und Wortbildungslehre. Übungen in ausgeführten Dispositionen und alle 2 Wochen 1 Aufsatz. — 3 Stunden. — *Düpow.*

Im Lateinischen: Wiederholung der Formen- und Kasuslehre. Tempus- und Moduslehre nach *Ellendt-Seyffert.* Übersetzungen aus *Ostermanns* Übungsbuch IV. *Caesar* bell. Gallic. I—IV. Vokabeln nach *Ostermanns* Vokab. IV. — Wöchentlich 1 Exercitium oder Extemporale. — 6 Stunden. — *Düpow.*

Im Französischen: Repetition des grammatischen Pensums der Unter-Tertia, dann Inhalt von *Ploetz* Schulgrammatik, Abschn. V—VII (nach *Lückings* Schulgrammatik) mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln nach *Ploetz* Voc. syst. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois. Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Englischen: Gesenius Engl. Grammat. II, Abschn. I—IV mit mündlichen und schriftlichen Übungen. — Repetition des grammatischen Pensums der Unter-Tertia. Systematisches Memorieren aus *Heims* Voc. (Progr. der Hansa-Schule). Lektüre ausgewählter Stücke aus *Herrigs* First Engl. Read. Book. Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Deutsche Geschichte von 1546—1871 nach *Müllers* Leitfaden. Repetition des Pensums der Unter-Tertia. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Geopraphie: Physikalische und politische Geographie von Deutschland nach *v. Seydlitz* Schulgeographie. Anfertigung von Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Pflanzenanatomie (II. Teil). Systematik der Monokotyledonen. Repetition der Dikotyledonen.

Im Winter: Übersicht über die Systematik der Fische, Amphibien, Reptilien. Repetition der Vögel und Säugetiere. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Wärmelehre. Magnetismus. Elektrostatik. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Planimetrie nach *Bahnson* II. Ähnlichkeitslehre und Kreismessung. Arithmetik nach *Heis.* Potenzen, Wurzeln, Gleichungen 1. Grades mit 2 Unbekannten Alle 2 Wochen 1 geometrische oder arithmetische Arbeit; ausserdem geometrische Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen: Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach Gypsmodellen. Darstellung von Licht und Schatten mit Blei, Kohle und Kreide. Fortgesetzte Übung im Zirkelzeichnen. 2 Stunden. — *Schütte.*

In Unter-Tertia (Ordinarius: Oberlehrer Dr. Heesch).

In der Religion: Das 2. Hauptstück mit den notwendigen Bibelsprüchen. Im letzten Quartal Repetition der wichtigsten biblischen Geschichten Alten Testaments resp. Lektüre derselben in der Schulbibel; im Anschluss daran Geographie von Palästina. — Gelernt wurden das 4. und 5. Hauptstück mit Luthers Erklärungen. Einteilung des Kirchenjahrs repetiert. Memoriert 2 neue und repetiert die eine Hälfte der früher gelernten Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch und daran geknüpfte Dispositionsübungen. Erklärung *Schiller*scher, *Goethe*scher und *Uhland*scher Gedichte, auch bezüglich der Versmasse und des Reims. Abschluss der Formen- und Satzlehre nach *Gloedes* Deutscher Gram-

matik. Memorieren zweckmässig gewählter Gedichte. Alle 2 Wochen 1 Aufsatz, meist im Anschluss an die Lektüre. — 3 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Lateinischen: Wiederholung der Formenlehre. Kasuslehre nach *Ellendt-Seyffert* und einiges aus Tempus- und Moduslehre. Übersetzung aus *Ostermanns* Übungsbuch IV. *Nepos* (ed. *Erbe*) No. 4—8, 15—17, 23. Vokabeln nach *Ostermanns* Vokabular IV. — Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 6 Stunden. — *Düpow.*

Im Französischen: Mündliche und schriftliche Übungen über die Flexion der unregelmässigen Verba, Anwendung von avoir u. être, die reflexiven und unpersönlichen Verba, die Formenlehre der Substantivs, Adjektivs, Adverbs und Zahlworts und der Präpositionen nach *Lückings* Schulgrammatik. Systematisches Memorieren der zu den Lektionen in *Ploetz* Schulgrammatik gehörenden Vokabeln wie auch nach *Ploetz* Petit voc. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois., besonders aus Sect. II. — Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Englischen: Gesenius Engl. Grammatik I. Kap. I—XXIV mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Lektüre ausgewählter Stücke aus Abschnitt IV derselben. — Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Deutsche Geschichte bis zum Augsburger Religionsfrieden, nach *Dav. Müllers* Leitfaden. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Geographie: Physikalische und politische Geographie Europas ausser Deutschland, nach *v. Seydlitz* Kleiner Schulgeographie. Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Düpow.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Elemente der Pflanzenanatomie I. Teil. Systematik der Apetalen. Repetition der Gamopetalen und Polypetalen.

Im Winter: Übersicht über die Systematik der Fische, Amphibien und Reptilien. Repetition einzelner Gruppen der Wirbellosen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Mathematik: Planimetrie nach *Bahnson* I bis zum Inhalte geradliniger Figuren. Arithmetik nach *Heis:* Die Grundoperationen und Gleichungen 1. Grades mit 1 Unbekannten. — Wöchentlich 1 geometrische oder arithmetische Arbeit. — 5 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Rechnen: Teilungs-, Termin-, Mischungsrechnung. Kaufmännisches Rechnen (Geld- und Wechsel-Kurs; Warenrechnung, Discont etc.) nach *Saggau* IV. — Wöchentlich 1 Arbeit. — 1 Stunde. — *Schinkel.*

Im Zeichnen: Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach den *Stuhlmann*schen Übergangsmodellen und Geräten. Ausführung von Licht und Schatten mit Blei nach einfachen Gypsmodellen. Zeitweise Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Quarta (Ordinarius: Kertelhein).

In der Religion: Das 1. und 2. Hauptstück mit den notwendigen Bibelsprüchen. Das Kirchenjahr. Kurze Repetition der alttestamentlichen Geschichten im Anschluss an die Geographie von Palästina. Repetition des 2. Hauptstückes. Gelernt 3 neue, repetiert ein Teil der früher gelernten Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Erklärung und Memorieren von Gedichten aus dem Kanon. Der zusammengesetzte Satz (der zusammengezogene Satz, Substantiv-, Attributiv- und Adverbialsätze); Repetition der Orthographie nach *Gloedes* Grammatik. Interpunktionslehre. — Wöchentlich 1 schriftliche Arbeit (vorherrschend Aufsätze, gelegentlich ein Diktat oder eine grammatische Arbeit). — 3 Stunden. — *Kertelhein.*

Im Lateinischen: Abschluss der Formenlehre; Kasuslehre nach *Ellendt-Seyfferts* Grammatik. Übersetzungen aus *Ostermanns* Übungsbuch. Memorieren von Vokabeln aus *Ostermanns* Vokabular III. Lektüre aus *Corn. Nep.* vit. ed. *Erbe* p. 6—31. — Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 6 Stunden. — *Kertelhein.*

Im Französischen: *Ploetz* Elementargrammatik, Lekt. 75—112 und *Ploetz* Schulgrammat. Lektion 1—6 mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln nach *Ploetz* Pet. voc. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois. Sekt. I. — Wöchentlich 1 Extemporale resp. Exercitium. — 5 Stunden. — *Heims.*

In der Geschichte: Wiederholung und Erweiterung des Quinta-Pensums. Deutsche Geschichte bis auf Maximilian I., nach *Dav. Müllers* Leitfaden. — 2 Stunden — *Heims.*

In der Geographie: Physikalische Geographie der aussereuropäischen Erdteile nach *v. Seydlitz* Kl. Schulgeographie. Gelegentliche Versuche im Kartenzeichnen. — 2 Stunden. — *Düpow.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Abschluss der Gestaltlehre. Systematik der Gamopetalen. Repetition der Polypetalen.

Im Winter: Typus der Gliedertiere; Übersicht der Klassen, Ordnungen und wichtigsten Familien. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Mathematik: Vorbereitungsunterricht in der Geometrie. Übung im geometrischen Zeichnen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Umgekehrte und zusammengesetzte Regeldetri. Prozentrechnung. Rabatt. Teilungsrechnung. Leichte Aufgaben aus der Flächen- und Körperrechnung nach *Saggau* III. Teil, p. 32—64. — Wöchentlich 2 Arbeiten. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Fortgesetzte Übung in deutscher und lateinischer Schönschrift; Rundschrift, nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Zeichnen: Elemente des perspektivischen Zeichnens nach den *Dupuys*schen Drahtmodellen, später nach *Heimerdinger*schen Holzmodellen. Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Quinta): 2- und 3stimmige Volkslieder nach Heft 3 und 4 von *Müller-Hartungs* Liederbuch; Choräle nach *Voigts* Choralmelodienbuch; intervallische, dynamische und rhythmische Übungen. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In Quinta (Ordinarius: Heims).

In der Religion: Biblische Geschichte des Neuen Testaments nach *Preuss* mit den zugehörigen Sprüchen und Liederversen. Wiederholung der Geschichten des Alten Testaments. Gelernt: das 2. Hauptstück mit Luthers Erklärung und 3 neue Kirchenlieder; 7 alte des Kanons wurden repetiert. — 2 Stunden. — *Heims.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Erklärung und Memorieren von Gedichten aus dem Kanon. Wort- und Flexionslehre nach *Gloedes* Grammatik § 44—67, 75—80. Der einfache erweiterte Satz. Wöchentlich 1 Aufsatz beschreibenden oder erzählenden Inhalts oder gelegentlich 1 Diktat oder 1 grammatische Arbeit. — 3 Stunden. — *Heims.*

Im Lateinischen: Repetition des Sexta-Pensums. Unregelmässige Formen nach *Ellendt-Seyffert.* Übersetzungen aus *Ostermanns* Übungsbuch II. Memorieren von Vokabeln aus *Ostermanns* Vokabular II. Wöchentlich 1 Exercitium resp. Extemporale. — 7 Stunden. — *Kertelhein.*

Im Französischen: *Ploetz* Elementar-Grammatik Lektion 1—75 mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Wöchentlich 1 Exercitium oder gelegentlich 1 Extemporale. — 5 Stunden. — *Heims.*

In der Geschichte: Griechische und römische Geschichte nach *O. Jägers* Hilfsbuch. — 1 Stunde. — *Heims.*

In der Geographie: Geographie Europas mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands nach *v. Seydlitz* Grundzügen. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Erweiterung der Kenntnis der Gestaltlehre, Beschreibung und Vergleichung wichtiger Polypetalen.

Im Winter: Beschreibung charakteristischer Vertreter der wirbellosen Tiere zwecks Entwickelung der Vorstellung vom betreffenden Tiertypus. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Bruchrechnung, Dezimal- und gemeine Brüche. Regeldetri und Zeitrechnung nach *Saggau* III, p. 1—31. Wöchentlich 2 Arbeiten. — 4 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Übung in lateinischer Schönschrift, nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Zeichnen: Darstellung geschwungener Linien, nach den *Wollin*schen Tafeln. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Quarta): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In Sexta (Ordinarius: Gehrcke).

In der Religion: Biblische Geschichte Alten Testaments nach *Preuss* mit den zugehörigen Sprüchen und Liederversen. Gelernt: das 1. und 3. Hauptstück mit *Luthers* Erklärung, drei neue Kirchenlieder; 3 alte des Kanons repetiert. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch mit häufig daran sich schliessender Wortanalyse. Erklärung und Memorieren von Gedichten aus dem Kanon. Der einfache Satz. Orthographische Übungen im Anschluss an „Die deutsche Rechtschreibung". — Wöchentlich 1 Aufsatz resp. 1 grammatische Arbeit oder 1 Diktat. — 4 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Lateinischen: Regelmässige Formenlehre nach *Ellendt-Seyffert.* Übersetzung aus *Ostermanns* Übungsbuch I. Memorieren von Vokabeln nach *Ostermanns* Vokabular I. Wöchentlich 1 Exercitium resp. 1 Extemporale. — 8 Stunden. — *Gehrcke.*

In der Geschichte: Griechische, römische und deutsche Heldensagen nach *Schönes* Sagen. — 1 Stunde. — *Heims.*

In der Geographie: Die Erde im allgemeinen; Übersicht über die Länder und Meere der Erde; geographischer Abriss der 5 Erdteile, nach *v. Seydlitz* Grundzügen. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Beschreibung und Vergleichung einer kleinen Anzahl von Pflanzen.

Im Winter: Das Wichtigste über den menschlichen Organismus. Beschreibung je eines Vertreters aus den 5 Klassen des Wirbeltiertypus und Vergleichung derselben. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies mit benannten Zahlen. Einführung in die Bruchrechnung und Regeldetri nach *Saggau* II, p. 32—64. Wöchentlich 2 Arbeiten. — 5 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Übung in deutscher und lateinischer Schönschrift, nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Zeichnen: Darstellung gerader Linien und ihrer Verbindung zu Figuren nach den *Stuhlmann*schen Tabellen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Septima): Einübung einer Anzahl von 2stimmigen Volksliedern nach *Müller-Hartung,* Heft II; Choräle nach *Voigts* Choralmelodienbuch. Tonleiter und andere Treffübungen. — 2 Stunden. — *Hocke.*

B. In der Vorschule.

In der ersten Elementar-Klasse (Ordinarius: Schinkel).

In der Religion: Sämtliche biblische Geschichten nach *Wangemann* mit Sprüchen und Liederversen. 4 Kirchenlieder des Kanons gelernt. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Deutschen: Leseübung aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Memorieren von Gedichten. Orthographische Übungen. Elemente der deutschen Formenlehre nach *Schulzes* Heft 2. Täglich 1 schriftliche Arbeit. — 8 Stunden. — *Schinkel.*

Im Anschauungsunterricht: Besprechung von Anschauungsstoffen nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich;* dazu einige *Hey*sche Fabeln gelernt. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der Heimatkunde: Die Himmelsgegenden, veranschaulicht an Schulhaus, Stadt und Umgegend. Das Hamburger Gebiet, Beschäftigung seiner Bewohner. Erzählungen aus der vaterstädtischen Geschichte. Mitteilungen über die Sitten und Gebräuche der früheren Bewohner. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies mit ganzen Zahlen im unbegrenzten Zahlenraume nach *Saggau,* Heft II, p. 1—31. Täglich 1 häusliche Arbeit, darunter 2 Reinschriften wöchentlich. — 6 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben (kombiniert mit der II. Elementar-Klasse): Übung in lateinischer Schrift durch Einzelschreiben und beschleunigtes Taktschreiben, nach *Johannsens* Vorschriften, Heft 1. — 4 Stunden. — *Hocke.*

Im Singen (kombiniert mit Sexta): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der zweiten Elementar-Klasse (Ordinarius: Schütte).

In der Religion: 50 biblische Geschichten des Alten und Neuen Testaments nebst Sprüchen und Liederversen. Die 10 Gebote ohne Luthers Erklärung und 4 Kirchenlieder des Kanons gelernt. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Deutschen: Leseübung aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Memorieren kleiner Gedichte. Grammatische Übungen nach *Schulze,* Heft 1. Orthographische Diktate. Täglich eine halbe Seite lesen als häusliche Arbeit. — 6 Stunden. — *Schütte.*

In dem Anschauungsunterrichte: Besprechung von Anschauungsstoffen der Natur oder nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich.* — 2 Stunden: *Hocke.* — 1 Stunde: *Schütte.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies im Zahlenkreise von 1—100, nach *Saggau,* Heft 1, p. 16—32. Täglich 2—4 Exempel als häusliche Arbeit. — 5 Stunden. — *Schütte.*

Im Schreiben (kombiniert mit der ersten Elementar-Klasse): Übung in deutscher Schrift nach Vorschriften an der Wandtafel und nach *Johannsens* Vorschriften, Heft I. — 4 Stunden. — *Hocke.*

Im Singen (kombiniert mit der dritten Elementar-Klasse): Volks- und Spiellieder nach *Müller-Hartungs* Heft I. Daneben 10 der gebräuchlichsten Choräle. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der dritten Elementar-Klasse (Ordinarius: Hocke).

In der Religion: 12 alt- und 12 neutestamentliche Geschichten nach *Wangemann.* Gelernt: einige Gebete, Sprüche und 4 Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Deutschen: Lesenlernen der Schreib- und Druckschrift nach *Ehlers* Fibel. Deutsche und lateinische Schrift, im 2. Halbjahre mit der Feder. Täglich 8 Reihen Abschrift aus der Fibel als häusliche Arbeit. — 8 Stunden. — *Hocke.*

Im Anschauungsunterrichte: Besprechung von Anschauungsstoffen nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich.* Dazu einige *Hey*sche Fabeln gelernt. — 3 Stunden. — *Hocke.*

Im Rechnen: Die 4 Species im Zahlenkreis bis 20 nach *Saggau* I, p. 1—15. Täglich 2—3 Exempel als häusliche Arbeit. — 3 Stunden. — *Hocke.*

Im Singen (kombiniert mit der II. Elementar-Klasse): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Sängerchor wurden die stimmbegabten Schüler aller Klassen wöchentlich 1 Stunde im vierstimmigen kunstgemässen Chorgesange geschult. Geübt wurden namentlich 40 vierstimmige Lieder nach *Schwalms* Liederbuch. — *Hocke.*

Im Turnen waren die Klassen $II_{,1}$ $II_{,2}$ und $III_{,1}$, $III_{,2}$ und IV, V und VI mit einander kombiniert. In der ersten Abteilung wurde unter Leitung des Oberlehrers *Dr. Busche,* in den beiden letzteren unter der des Kollegen *Düpow* wöchentlich 2 Stunden geturnt. Der Unterricht erstreckte sich während des Sommers zum Teil abteilungsweise auf Freiübungen, zum Teil riegenweise auf Gerät- und Gerüstübungen. Im Winter musste der Unterricht leider wegen der noch immer fehlenden Turnhalle ausgesetzt und durch anderen Unterricht ersetzt werden.

4. Zusammenstellung der beim Unterrichte gebrauchten Lehrbücher.

Gegenstand	Klasse	Lehrbücher
Religion	II.-I. El.-Kl.	Wangemann, Biblische Geschichten für die Elementarstufe.
	VI.-IV.	Preuss, Biblische Geschichten.
	VI.-$II_{,1}$.	Luther, Kleiner Katechismus.
	IV.-$II_{,1}$.	Familienbibel. Glarus 1887.
	II. El.-Kl.-$II_{,1}$.	Lübeckisches evangelisch-lutherisches Gesangbuch.
Deutsch	III. El.-Kl.	Ehlers, Fibel für den Leseunterricht.
	II. El.-Kl.-$II_{,1}$	Hopf und Paulsiek, Deutsches Lesebuch (für jede Klasse die betreffende Abteilung).
	II. El.-Kl.	Karl Schulze, Lehrstoff für den grammatischen und orthographischen Unterricht der Vorschule, Heft 1.
	I. El.-Kl.	Karl Schulze, Lehrstoff für den grammatischen und orthographischen Unterricht der Vorschule, Heft 2.
	VI.-$II_{,1}$.	Gloede, Deutsche Grammatik.
Lateinisch	VI.-$II_{,1}$.	Ellendt-Seyffert, Lateinische Grammatik,
	VI.-$III_{,1}$.	Ostermann, Lat. Vokabular (für jede Klasse die entsprechende Stufe).
	VI.-$II_{,2}$.	Ostermann, Lat. Übungsbuch (für jede Klasse die entsprechende Stufe).
	IV.-$III_{,2}$.	Erbe, Corn. Nep. vitae.
	$III_{,1}$.	Rheinhard, C. Julii Caesaris comm. de bell. Gallic.
	$II_{,2}$.-$II_{,1}$.	Kraner, C. Julii Caesaris comm. de bell. civili,
	$II_{,2}$.-$II_{,1}$.	Ovids Metamorphosen. Teubnersche Textausgabe.
Französisch	V.-IV.	Ploetz, Elementargrammatik der franz. Sprache.
	IV.-$II_{,1}$.	Ploetz, Schulgrammatik der franz. Sprache.
	$II_{,2}$-$II_{,1}$.	Bertram, Neues Übungsbuch.
	IV.-$III_{,2}$.	Ploetz, Petit Vocabulaire français.
	$III_{,2}$.-$II_{,1}$.	Ploetz, Vocabulaire systématique.
	IV.-$III_{,1}$	Ploetz, Lectures choisies.
	$II_{,2}$.-$II_{,1}$.	Herrig, La France littéraire.
Englisch	$III_{,2}$.	Gesenius, Lehrbuch der englischen Sprache, Teil 1.
	$III_{,1}$-$II_{,1}$.	Gesenius, Lehrbuch der englischen Sprache, Teil 2.
	$III_{,1}$-$II_{,2}$.	Heims, Englisches Vokabularium.
	$II_{,1}$.	Ploetz, English Vocabulary.
	$III_{,1}$-$II_{,2}$.	Herrg, First English Reading Book.
	$II_{,1}$.	Herrig, The British Classical Authors.
Geschichte	VI.	Schöne, griechische, römische, deutsche Mythen und Sagen.
	V.	O. Jäger, Hilfsbuch für den ersten Unterricht in alter Geschichte.
	IV.-$III_{,2}$.	David Müller, Leitfaden der deutschen Geschichte.
	$III_{,1}$.	Herbst, Historisches Hilfsbuch, I.
	$II_{,2}$.	Herbst, Historisches Hilfsbuch, II.
	$II_{,1}$.	Herbst, Historisches Hilfsbuch III.

Gegenstand	Klasse	Lehrbücher
Geographie	VI.-V.	v. Seydlitz, Grundzüge der Geographie.
	IV.-III$_1$.	v. Seydlitz, Kleine Schulgeographie.
	II$_2$-II$_1$.	v. Seydlitz, Grosse Schulgeographie.
	VI.-V.	Andrée und Debes, Kleiner Schulatlas.
	IV.-II$_1$.	Lichtenstern und Langes, Stielers oder Debes Schulatlas.
Naturgesch.	VI.-II$_1$.	Thomé, Lehrbuch der Zoologie.
	VI.-II$_1$.	Thomé, Lehrbuch der Botanik.
	II$_2$.-II$_1$.	Rüdorff, Grundriss der Mineralogie.
Physik	III$_1$.-II$_1$.	Jochmann, Grundriss der Experimentalphysik.
Chemie	II$_2$.-II$_1$.	Rüdorff, Grundriss der Chemie.
Mathematik	IV.-II$_1$.	Bahnson, Leitfaden der Geometrie, Teil 1.
	II$_2$.-II$_1$.	Bahnson, Leitfaden der Geometrie, Teil 2.
	II$_1$.	Prix, Leitfaden der darstellenden Geometrie.
	III$_2$.-II$_1$.	Heis, Aufgabensammlung.
	II$_2$.-II$_1$.	Schlömilch, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln.
Rechnen	III.-II.-El.-Kl.	Saggau, Rechenschule, Heft 1.
	I. El.-Kl.-VI.	Saggau, Rechenschule, Heft 2.
	V.-IV.	Saggau, Rechenschule, Heft 3.
	III$_2$.	Saggau, Rechenschule, Heft 4.
Schreiben	II.-I. El.-Kl.	Johannsen, Vorschriften, Heft 1.
	VI.-IV.	Johannsen, Vorschriften, Heft 2.
Singen	II.-I. El.-Kl.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 1.
	VI.-V.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 2.
	IV.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 3 und 4.

II. Chronik der Schule.

Die *II. Sektion der Oberschulbehörde,* deren Leitung und Beaufsichtigung die Hansa-Schule unterstellt ist, setzte sich im Schuljahre 1889/90 zusammen aus den Herren: Senator Dr. jur. *O. Stammann,* Syndikus Dr. *Leo,* Hauptpastor Dr. theol. *G. H. Röpe,* Professor Dr. *K. T. S. E. Friedlaender,* Direktor des Realgymnasiums des Johanneums, Professor Dr. *Fr. Schultess,* Direktor der Gelehrtenschule des Johanneums, Rechtsanwalt Dr. jur. *C. A. Schroeder, J. W. Brey,* Schulvorsteher *F. L. Nirrnheim,* Rechtsanwalt Dr. jur. *H. B. Levy* und Professor Dr. *R. Hoche* als Oberbeamten für das Höhere Schulwesen. —

2. Das *Kuratorium der Hansa-Schule* bestand während dieser Zeit aus den Herren: Bürgermeister Dr. jur. *Mantius,* Ratmann *O. Meyer,* Direktor Dr. phil. *G. Gross,* Kaufmann *H. Baass,* Fabrikbesitzer *Th. Tönnies,* Pastor *F. Holm* und Hüttenbesitzer *G. Hein.* —

3. Die Geschäftsordnung für das Kuratorium, die nach § 3 der revidierten Statuten der Hansa-Schule vom Kuratorium festzustellen und von der Oberschulbehörde zu genehmigen war, ist nach längeren Verhandlungen zwischen den beiden Behörden nunmehr in der im Anhange mitgeteilten Fassung vereinbart worden. —

4. Das für die Hansa-Schule wichtigste Ereignis des verflossenen Schuljahres war der unterm 17. Januar 1890 erfolgte Erlass des Herrn *Reichskanzlers,* betreffend die Anerkennung der Anstalt als eines militärberechtigten Realprogymnasiums. Die entsprechende

Bekanntmachung über die Aufnahme der Hansa-Schule unter *B, c* des Verzeichnisses der zur Ausstellung des Einjährig-Freiwilligen Militär-Zeugnisses berechtigten Schulen ist unterm 18. Dezember 1889 durch die Nr. 52 des Central-Blattes für das Deutsche Reich erfolgt. Gleichzeitig ist der Anordnung rückwirkende Kraft zu Gunsten derjenigen Schüler beigelegt worden, welche die zu Ostern 1889 an der Schule abgehaltene Entlassungsprüfung bestanden haben.*) Hat die Hansa-Schule nun alle Ursache, sich dieser Errungenschaft, die für ihre fernere glückliche Entwicklung von einschneidender Bedeutung ist, in vollem Masse zu freuen, so mögen die Eltern ihrer Schüler bei dieser Gelegenheit doch darauf hingewiesen werden, dass eine abgeschlossene Bildung, wie sie die Anstalt übermitteln will, nicht mit der Erlangung des Freiwilligen-Scheines, sondern erst nach Absolvierung ihrer obersten Stufe erworben wird und dass es im eigensten Interesse ihrer Zöglinge liegt, die Schule nicht vorzeitig zu verlassen. —

5. Über den Stand der Aula- und Turnhallen-Frage sei berichtet, dass das verflossene Schuljahr eine Änderung nicht gebracht hat. —

6. Was die innere Organisation der Hansa-Schule anbetrifft, so hat die Einreihung derjenigen Schüler, die infolge der Aufhebung der früheren lateinlosen Abteilung der Anstalt in besonderen Unterrichtsabteilungen im Lateinischen nachgebracht werden mussten, auf allen Stufen mit Schluss dieses Jahres geschehen können. Beteiligt war bei diesem Sonderunterrichte ausser dem Direktor Herr Oberlehrer Dr. *Heesch,* welchem die Schule für die Bereitwilligkeit, mit der sich derselbe dieser Mühe unterzogen hat, zu besonderem Danke verpflichtet ist.

Sodann hat der Geschichtsunterricht, der früher in zwei die Klassen VI—$III_{,1}$ und $II_{,2}$—$II_{,1}$ umfassenden Cyklen erteilt wurde, auf Veranlassung der Aufsichtsbehörde eine Änderung insofern erfahren, als die Obertertia nicht mehr dem ersten, sondern dem zweiten dieser Kreise zugewiesen ist. Die durch den neuen Plan bedingte anderweitige Verteilung des Lehrstoffes wird mit Beginn des neuen Schuljahres für die 4 unteren Klassen zur Durchführung gelangen, während für die Oberklassen noch weiterhin überleitende Massnahmen zu treffen sind. —

7. Das Schuljahr nahm seinen Anfang am Montag, den 25. März. Die gesetzlichen Ferien währten zu Ostern vom 14.—28. April, zu Pfingsten vom 9.—16. Juni, im Sommer vom 13. Juli bis 11. August, zu Michaelis vom 26. September bis 6. Oktober und zu Weihnachten vom 24. Dezember bis 6. Januar. Der Hitze wegen musste die Schule am 1., 3., 4. und 7. Juni teilweise ausgesetzt werden. Beendet wurde der Unterricht am 28. März; am 29. März fand die Versetzung der Schüler und die Entlassung der Abiturienten statt.

Der gewöhnliche Gang des Unterrichts wurde an folgenden Tagen unterbrochen:

Am Sonnabend den 25. Mai machte die Hansa-Schule den üblichen Ausflug und zwar diesmal nach Cuxhafen. Schon mit dem Zuge vor 6 Uhr morgens verliessen wir Bergedorf und waren gegen 10 Uhr am Ziele. Nachdem die Knaben den Eindruck des Meeres, das sich an dem selten schönen Tage in majestätischer Ruhe zeigte, gehörig in sich aufgenommen hatten, auch der Leuchtturm und die Befestigungswerke der Elbmündung besichtigt waren, gingen wir über Dunen nach Brockeswalde, um dort zu Mittag zu essen und unter dem Schatten der Eichen die heissesten Stunden des Tages zu verbringen. Der Rückweg führte uns über Döse nach Ritzebüttel, und nachdem wir auch noch dem dortigen alten Schlosse und seinem schönen Parke einen Besuch abgestattet hatten, war es Zeit, die Rückfahrt anzutreten. Nach 11 Uhr waren wir wieder zu Hause. Die Tour war zwar nicht ohne An-

---

*) Die Erwartung der Hansa-Schule, dass sie für befugt erklärt werde, allen auf pag. 71 des vorjährigen Programms genannten Schülern der Sekunda in rückwirkender Kraft des erworbenen Rechtes den Freiwilligen-Schein zu gewähren, hat sich leider nicht erfüllt, doch sind in dieser Sache geeigneten Ortes Schritte gethan worden, über deren Erfolg den Beteiligten seiner Zeit Nachricht zugehen wird.

strengung, aber wohl im stande, den Gesichtskreis der Knaben nach mehr als einer Richtung zu erweitern.

Der 2. September wurde, wie schon in früheren Jahren, in Aumühle gefeiert. Herr Oberlehrer Dr. *Busche* hielt die Ansprache, in welcher er, anknüpfend an Erinnerungen aus seiner eigenen Schulzeit, die Ereignisse des Jahres 1870 bis zum Tage von Sedan schilderte und so dessen Bedeutung den Schülern in geeigneter Weise nahebrachte.

Am 10. September haben die bis dahin noch nicht vereidigten Lehrer der Hansa-Schule, die Oberlehrer *Dr. G. Heesch* und *Dr. Busche*, die ordentlichen Lehrer: *G. Gehrcke, Dr. W. Fischer, J. Kertelhein* und *Br. Heims,* sowie die Vorschullehrer: *H. Schinkel* und *H. Schütte* vor dem unterzeichneten Direktor den Amtseid abgelegt.

Nachdem die zu Ostern 1889 provisorisch nach Obersekunda versetzten Schüler: *Hans Günther, Gustav Haack* und *Wilhelm Heesch* vom 4. September an die schriftlichen Arbeiten im Deutschen, Lateinischen, Französischen, Englischen und in der Mathematik angefertigt hatten, fand am 21. September unter Vorsitz des Oberbeamten für das Höhere Schulwesen, Herrn Professor Dr. *Hoche* als staatlichen Kommissars die mündliche Prüfung statt, auf Grund deren die definitive Versetzung der genannten Schüler ausgesprochen und ihnen somit die wissenschaftliche Befähigung zum Einjährig-Freiwilligen-Militärdienste zuerkannt werden konnte.

Den letzten Schultag vor Schluss des Sommerhalbjahres (25. September) benutzte die Hansa-Schule, um die auch für die Jugend überaus lehrreiche Hamburger Gewerbe- und Industrie-Ausstellung zu besuchen, zu welchem Ende der Vorstand derselben Lehrern wie Schülern in dankenswerter Weise eine Ermässigung des Eintrittspreises gewährt hatte.

Am Reformationsfeste begingen die Lehrer in Gemeinschaft mit den konfirmierten Schülern der Anstalt die Feier des heiligen Abendmahls.

Bei der Feier an Kaisers Geburtstage hielt Herr *Heims* nach Beendigung der Andacht, die sich an Psalm 20 knüpfte, die Festrede. Er ging des näheren auf die Verdienste des Zollerngeschlechtes um Deutschland und um das gesamte Europa ein und hob hervor, dass auch unser jetziger Kaiser in den Bahnen seiner Vorfahren wandele. Besondere Erwähnung fanden zum Schlusse die Bemühungen Sr. Majestät um die Aufrechterhaltung des Friedens und um die Besserung der Lage des Arbeiterstandes.

Am 3. Februar wohnte der Oberbeamte für das Höhere Schulwesen, Herr Professor *Dr. Hoche*, dem Unterrichte der Kollegen *Gehrcke, Kertelhein* und *Düpow* bei.

Am 26. Februar war die Hansa-Schule in Feuersgefahr. Eine undichte Stelle in einem der Pedellwohnung angehörenden Schornsteine hatte in einem Klassenzimmer des Hochparterres einen Fussbodenbrand verursacht, der glücklicherweise zum Ausbruch kam, als die Klasse gerade unbenutzt war. So war es leicht, alle Schüler aus dem Hause zu entfernen und durch etliche Eimer Wasser das Feuer zu löschen. Wäre dasselbe nicht nachmittags zwischen 1 und 2 Uhr, sondern — was ebensowohl geschehen konnte — nachts entstanden, so wäre der Schaden ein unabsehbarer gewesen. Gott sei gedankt für diese gnädige Fügung!

Am 21. März fand unter dem Vorsitze des Herrn Professor *Dr. Hoche* als staatlichen Kommissars die Prüfung der diesjährigen Abiturienten: *Hans Günther* aus *Sande* und *Gustav Haack* aus *Dassendorf* statt*); beiden Prüflingen konnte die Prüfungskommission das Zeugnis der Reife zum Eintritt in die Prima eines Realgymnasiums erteilen. —

---

*) Die in der Zeit vom 28. Februar bis 5. März bearbeiteten schriftlichen Aufgaben der Reifeprüfung waren folgende:

1. Ein deutscher Aufsatz: Welche Umstände bedingten das Emporblühen und welche den Verfall der deutschen Hansa? (Arbeitszeit: 5 Stunden.)
2. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Lateinische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.)
3. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Französische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.)
4. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Englische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.

Am gleichen Tage wurde vor dem Herrn Professor *Dr. Hoche* zwecks Versetzung in die Obersekunda ein Examen mit den Schülern der Untersekunda abgehalten. Der erfolgreiche Besuch dieser Stufe konnte den Schülern: *Johannes Dietrichs, Heinrich Hilmer, Hermann Hipp, Franz Höge, Alfred Loebell, Richard Schaumann, Adolf Sievers, Otto Steffens* und *Heinrich Timpe* bezeugt werden, wodurch von denselben gleichzeitig auch die Berechtigung zum Einjährig-Freiwilligen-Militärdienste erworben worden ist. —

8. Der *Gesundheitszustand* der Schüler war namentlich im Winter durch die Influenza beeinträchtigt, doch sind besondere Massregeln nicht erforderlich gewesen, da die Krankheit hier nicht so häufig und bösartig auftrat wie andernorts. —

9. *Vertretungen* der Lehrer waren, abgesehen von den Kontroll-Versammlungen der noch im Militärverhältnisse stehenden Kollegen nur bei Herrn *Schinkel* nötig, der Krankheits halber am 11. Mai vorigen und 12. und 13. Februar dieses Jahres fehlte. —

10. In das *Lehrerkollegium* wird mit Beginn des neuen Schuljahres ein durch längere Amtsthätigkeit erprobter Altphiloge in die noch unbesetzte 1. Oberlehrerstelle eintreten; über die Wahl, für welche zur Zeit die nötigen Vorbereitungen getroffen werden, wird das nächste Programm berichten. Der Lehrkörper wird sich alsdann zusammensetzen aus: 1) *Dr. G. Gross,* Direktor, seit Ostern 1883; 2) Oberlehrer: vacat; 3) Oberlehrer *Dr. G. Heesch,* seit Michaelis 1888; 4) Oberlehrer *Dr. E. Busche,* seit Michaelis 1888; 5) ordentlicher Lehrer *G. Gehrcke,* seit Neujahr 1886; 6) ordentlicher Lehrer *Dr. W. Fischer,* seit Neujahr 1886; 7) ordentlicher Lehrer *J. Kertelhein,* seit Neujahr 1888; 8) ordentlicher Lehrer *Br. Heims,* seit Neujahr 1888; 9) wissenschaftlicher Hilfslehrer *R. Düpow,* seit Ostern 1888; 10) ordentlicher Vorschullehrer *Schinkel,* seit Michaelis 1888; 11) ordentlicher Vorschullehrer *H. Schütte,* seit Michaelis 1888; 12) Hilfslehrer *W. Hocke,* seit Michaelis 1887. —

---

5. Vier mathematische Aufgaben:
   a) Ein Dreieck zu konstruieren aus der Grundlinie, dem Verhältnis m : n der beiden anderen Seiten b und c und der Höhe h_b auf b.
   b) Die Seiten, Winkel, Radien des um- und einbeschriebenen Kreises von einem Dreieck zu berechnen, dessen Inhalt I = 233,5 qcm, dessen Höhe $h_a = 33{,}5$ cm und dessen Mittellinie $t_a = 63{,}5$ cm gegeben sind.
   c) $\frac{(a-x)^2 + (a-x)\ y + y^2}{(a-x)^2 - (a-x)\ y + y^2} = \frac{49}{19}$. $\quad x - y = b$.
   d) Ein Vater hinterlässt seinen 6 Kindern ein Vermögen von 54000 ℳ, welches auf Zinseszinsen zu 5 % belegt ist. Wenn nun die Kinder am Ende eines jeden Jahres 3600 ℳ davon beziehen, wieviel bekommt dann ein Kind nach 8 Jahren, wenn gleiche Teile gemacht werden?

Ausserdem waren an Sonderaufgaben noch gegeben:
   e) Jemand hatte drei Geldsorten, Fünfzig-, Zwanzig- und Zehnpfennigstücke, zusammen 30 Stück, deren Wert 11 ℳ betrug. Er erinnert sich, dass er von jeder Sorte eine gerade Anzahl hatte. Wie viel von jeder Sorte hatte er? —
   f) Wie gross ist der Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels, vor welchem sich das Bild eines 6 m weiten Gegenstandes $^3/_4$ m entfernt befindet? (Herleitung der Formel). —
   g) $(x + \sqrt{x})^4 - (c + \sqrt{x})^2 = 159600$.
   h) Die Winkel eines sphärischen Dreiecks betragen $\alpha = 76^0 18' 20''$, $\beta = 79^0 12' 16''$, $\gamma = 82^0 40' 24''$. Wie gross sind der Inhalt und die Seiten des Dreiecks? —

III. Statistische Mitteilungen.

1. Allgemeine Übersicht.

	A. Realprogymnasium							Zusammen	B. Vorschule			Zusammen
	II,1.	II,2.	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.		I. El.-Kl.	II. El.-Kl	III. El.-Kl.	
A. Winter-Halbjahr 1888/89:												
1. Bestand am 1. Februar 1889	6	13	20	26	22	34	25	146	27	9	10	46
2. Abgang bis 31. März	6	2	5	3	2	—	—	18	2	—	1	3
3. Rest-Bestand am 31. März (1—2)	—	11	15	23	20	34	25	128	25	9	9	43
4. In höhere Klassen traten	—	5	13	21	13	30	22	104	20	9	9	38
5. In andere Abteilungen traten	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6. In ihren Klassen blieben	—	6	2	2	7	4	3	24	5	—	—	5
7. Zugang von 4	5	13	21	13	30	22	20	124	9	9	—	18
8. Zugang von 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B. Sommer-Halbjahr 1889:												
9. Bestand (6 + 7 + 8)	5	19	23	15	37	26	23	148	14	9	—	23
10. Aufnahme	—	—	3	—	4	6	11	24	4	2	11	17
11. Gesamtzahl (9 + 10)	5	19	26	15	41	32	34	172	18	11	12	41
12. Abgang bis 30. September	1	—	2	1	1	1	1	7	—	2	—	2
13. Rest-Bestand am 30. September (11—12)	4	19	24	14	40	31	33	165	18	9	12	39
14. In höhere Klassen traten	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15. In andere Abteilungen traten	—	—	—	—	—	1	1	2	—	—	—	—
16. In ihren Klassen blieben	4	19	24	14	40	30	32	163	18	9	12	39
17. Zugang von 14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18. Zugang von 15	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—
C. Winter-Halbjahr 1889/90:												
19. Bestand (16 + 17 + 18)	4	19	24	14	40	30	33	164	18	9	12	39
20. Aufnahme	—	1	—	2	—	—	2	5	1	2	3	6
21. Gesamtzahl (19—20)	4	20	24	16	40	30	35	169	19	11	15	45
22. Abgang bis 31. Januar	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
23. Bestand am 1. Februar (21—22)	4	20	24	16	40	30	35	169	19	11	15	45

2. Bekenntnis der Schüler:

(A. Realprogymnasium.)

Es waren	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	–	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	–
1. Evangelische	167 = 97,09 %	15	—	165 = 97,63 %	22	—
2. Katholiken	5 = 2,91 „	—	—	4 = 2,36 „	—	1
3. Juden	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. Bekenntnislose	— = — „	—	—	— = — „	—	—
	172 = 100 %			169 = 99,99 %		

(B. Vorschule.)

Es waren	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	–	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	–
1. Evangelische	41 = 100 %	—	4	45 = 100 %	—	3
2. Katholiken	— = — „	—	—	— = — „	—	—
3. Juden	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. Bekenntnislose	— = — „	—	—	— = — „	—	—
	41 = 100 %			45 = 100 %		

3. Geburtsort der Schüler:

(A. Realprogymnasium.)

Es waren gebürtig	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	–	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	–
1. aus dem Staate Hamburg .	104 = 60,46 %	5	—	101 = 59,76 %	10	—
2. aus dem übrigen Deutschland	64 = 37,21 „	12	—	64 = 37,87 „	11	—
3. aus dem übrigen Europa .	2 = 1,16 „	—	1	— = — „	—	3
4. aus aussereuropäischen Ländern	2 = 1,16 „	1	—	4 = 2,36 „	3	—
	172 = 99,99 %			169 = 99,99 %		

(**B. Vorschule.**)

Es waren gebürtig	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —
1. aus dem Staate Hamburg .	30 = 73,17 %	—	1	32 = 71,11 %	—	1
2. aus dem übrigen Deutschland	10 = 24,39 „	—	2	12 = 26,67 „	—	1
3. aus dem übrigen Europa .	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. aus aussereuropäischen Ländern	1 = 2,44 „	—	1	1 = 2,22 „	—	1
	41 = 100 %			45 = 100 %		

4. Heimat (d. h. Wohnort der Eltern) der Schüler:

(**A. Realprogymnasium.**)

Es wohnten	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —
1. im Staate Hamburg . . .	117 = 68,03 %	27	—	114 = 67,46 %	15	—
2. im übrigen Deutschland . .	50 = 29,07 „	—	11	52 = 30,77 „	7	—
3. im übrigen Europa . . .	2 = 1,16 „	—	1	— = — „	—	1
4. in aussereuropäischen Ländern	3 = 1,74 „	2	—	3 = 1,77 „	2	—
	172 = 100 %			169 = 100 %		

(**B. Vorschule.**)

Es wohnten	A. Sommer-Halbjahr 1889	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —	B. Winter-Halbjahr 1889/90	Gegen das Vorjahr +	Gegen das Vorjahr —
1. im Staate Hamburg . . .	34 = 82,93 %	2	—	37 = 82,22 %	1	—
2. im übrigen Deutschland .	7 = 17,07 „	—	5	8 = 17,78 „	—	3
3 im übrigen Europa . . .	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. in aussereuropäischen Ländern	— = — „	—	1	— = — „	—	1
	41 = 100 %			45 = 100 %		

5. Lebensalter der Schüler im Winter-Halbjahre:

Geburtsjahr	A. Realprogymnasium							Zusammen	Entsprechende Zahl des Vorjahres		B. Vorschule			Zusammen	Entsprechende Zahl des Vorjahres	
	II,1.	II,2.	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.		+	—	I. El.-Kl.	II. El.-Kl.	III. El.-Kl.		+	—
1871	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
1872	1	3	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—
1873	1	6	4	1	—	—	—	12	—	—	—	—	—	—	—	—
1874	1	10	10	—	—	—	—	21	—	—	—	—	—	—	—	—
1875	—	1	9	6	9	—	—	25	—	—	—	—	—	—	—	—
1876	—	—	1	4	17	3	—	25	—	—	—	—	—	—	—	—
1877	—	—	—	5	9	7	2	23	—	—	—	—	—	—	—	—
1878	—	—	—	—	5	15	7	27	—	—	2	—	—	2	—	—
1879	—	—	—	—	—	5	20	25	—	—	1	—	—	1	—	—
1880	—	—	—	—	—	—	6	6	—	—	13	1	—	14	—	—
1881	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	6	2	11	—	—
1882	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	6	10	—	—
1883	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	7	—	—
Zusammen	4	20	24	16	40	30	35	169	—	—	19	11	15	45	—	—
Durchschnittsalter am 1. Janr. 1890	17	16	$15\frac{3}{12}$	$13\frac{9}{12}$	$13\frac{3}{12}$	$11\frac{11}{12}$	$10\frac{7}{12}$	—	—	—	$9\frac{8}{12}$	$8\frac{2}{12}$	$7\frac{3}{12}$	—	—	—

6. Abgang vom 1. Februar 1889 bis 31. Januar 1890.

(A. Realprogymnasium.)

Abgegangen sind	II,1.	II,2. mit Militär-Zeugnis	II,2. ohne Militär-Zeugnis	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.	Zusammen
I.									
durch Tod	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe I	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Abgegangen sind	II$_{,1}$.	II$_{,2}$. mit Militär-Zeugnis	II$_{,2}$. ohne Militär-Zeugnis	III$_{,1}$.	III$_{,2}$.	IV.	V.	VI.	Zusammen
II. Zu weiterem Unterrichte:									
auf Gymnasien und Progymnasien . . .	1	—	—	—	—	—	1	—	2
„ Realgymnasien und Realprogymnasien	6	—	—	—	—	1	—	—	7
„ Real- und höhere Bürgerschulen . .	—	—	—	2	—	2	—	—	4
„ andere Schulen	—	—	—	—	—	—	—	2	2
in Privat-Unterricht	—	—	—	2	—	—	—	—	2
Summa II	7	—	—	4	—	3	1	2	17
III. In das Berufsleben:									
um Landwirt zu werden	—	—	1	—	1	—	—	—	2
„ Maschinenbauer zu werden	—	—	—	2	1	—	—	—	3
„ ein sonstiges Handwerk zu erlernen .	—	—	—	—	1	—	—	—	1
„ Kaufmann zu werden	—	—	1	1	1	—	—	—	3
Summa III	—	—	2	3	4	—	—	—	9

(**B. Vorschule**.)

Abgegangen sind	I. El.-Kl.	II. El.-Kl.	III. El.-Kl.	Zusammen
auf andere Schulen	1	1	1	} 5
in Privat-Unterricht	1	1	—	
Summa	2	2	1	5

7. Zahl der Freischüler:

(**A. Realprogymnasium**.)

	Schüler	a. Ganze Freischüler	b. Halbe Freischüler	Zusammen a + b (i. halb. Stell.)	Gesamterlass an Schulgeld
1. Vierteljahr	167	—	12	12	3,65 %
2. „	172	—	12	12	3,49 „
2. „	171	—	12	12	3,49 „
4. „	169	—	12	12	3,50 „
Durchschnitt	169,75	—	12	12	3,53 %

(B. Vorschule.)

	Schüler	a. Ganze Freischüler	b. Halbe Freischüler	Zusammen a + b (i. halb. Stell.)	Gesamterlass an Schulgeld
1. Vierteljahr	38	—	1	1	1,28 %
2. „	41	1	2	4	5,10 „
3. „	45	1	2	4	4,57 „
4. „	45	1	2	4	4,57 „
Durchschnitt	42,50	0,75	1,75	3,25	3,88 %

8. Verzeichnis

derjenigen Schüler, welche während der Zeit vom 23. März 1889 bis 29. März 1890 die Hansa-Schule verlassen haben.

Klasse	Name	Beruf
	a) Johannis 1889:	
VI.	*Wilhelm Beyer*	Volksschule in Boberg.
	b) Michaelis 1889:	
II,1.	*Hermann Behrmann*	Gymnasium in Bremerhaven.
III,1.	*Oskar Reimers*	Handelsschule in Hamburg.
III,1.	*Wilhelm v. Alten*	Privat-Lehranstalt von Dr. Goldmann in Hamburg.
III,2.	*Johann Wiesinger*	Maschinenbauer.
IV.	*Wilhelm Behrmann*	Realprogymnasium in Bremerhaven.
V.	*Theodor Ritter*	Gelehrtenschule des Johanneums zu Hamburg.
II. El.-Kl.	*Hans Plass*	Hamburger Privatschule
	c) Neujahr 1890:	
VI.	*Wilhelm Heitmann*	Volksschule in Bergedorf.
	d) Ostern 1890:	
II,1.	*Hans Günther*	Chemiker.
II,1.	*Gustav Haack*	Prima des Realgymnasiums zu Hamburg.
II,1.	*Wilhelm Heesch*	Gymnasium zu Glückstadt.
II,1.	*Hermann Hipp*	Apotheker.
II,2.	*Johannes Dietrichs*	Maschinenbauer.
II,2.	*Heinrich Kilb*	Kaufmann.
II,2.	*Adolf Sievers*	Desgl.
II,2.	*Otto Steffens*	Apotheker
II,2.	*Paul Wenck*	Maschinenbauer.
III,1.	*Adolf v. d. Heide*	Desgl.
III,1.	*Hugo Kilb*	Eisenkrämer.
III,1.	*Hartwig Mohr*	Kaufmann.
III,1.	*Wilhelm Peters*	Maschinenbauer.
III,1.	*Alexander Sacks*	Kaufmann.
III,1.	*Heinrich Steffens*	Tischler.
III,1.	*Johann Wenck*	Kaufmann.
III,1.	*Julius Wenck*	Zimmermann.
IV.	*Heinrich Hinze*	Schreiber.
IV.	*Franz Höge*	Kaufmann.
IV.	*Wilhelm Lange*	Krämer.
VI.	*Dietrich Bode*	Volksschule in Bergedorf.
VI.	*Walther Sudeck*	Privatsch. v. Dr. Bieber i. Hambg.
III. El.-Kl.	*Richard Knüppel*	Volksschule in Bergedorf.

9. Verzeichnis

aller Schüler, welche gegenwärtig — 29. März 1890 — die Hansa-Schule besuchen, nebst Angabe des Standes und Wohnortes des Vaters.

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
		Unter-Sekunda.		
1	1	*Wilhelm Ahrens*	Gastwirt	Bergedorf
2	2	*Gerhard Baass*	Gerbereibesitzer	"
3	3	*Karl Bergner*	Fabrikbesitzer	Sande
4	4	*Hugo Fischer*	Buchhalter	Bergedorf
5	5	*Johannes Groth*	Gastwirt	Aumühle b. Friedrichsruh
6	6	*Heinrich Hilmer*	Wegebeamter	Bergedorf
7	7	*Franz Höge*	Kirchenbeamter	"
8	8	*Heinrich Lewitz*	Gerichtsschreiber	"
9	9	*Alfred Loebell*	Königl. Preuss. Kreis-Bauinspektor	Hofgeismar
10	10	*Franz Pinnau*	Krämer	Bergedorf
11	11	*Richard Schaumann*	Hufner	Horst (Altengamme)
12	12	*Julius Schlüter*	†Kaufmann	Hamburg
13	13	*Ludwig Taht*	†Lehrer	"
14	14	*Heinrich Timpe*	Rentner	Bergedorf
15	15	*Richard von Voss*	Premier-Lieutenant a. D.	"
		Ober-Tertia.		
16	1	*Walther Anz*	Kaufmann	"
17	2	*Walther Behr*	Holzhändler und Lohmüller	"
18	3	*Ernst Bieber*	Architekt	Hamburg
19	4	*Ferdinand Bleuss*	†Maurermeister	Wentorf
20	5	*Paul Bruns*	Hufner	Billwärder
21	6	*Max Detloff*	Apotheker	Schwarzenbek
22	7	*Hermann Lamprecht*	Amtsrichter	Bergedorf
23	8	*Karl Lange*	Fürstl. Bismarckscher Werkmeister	Friedrichsruh
24	9	*Charles Langhans*	Kaufmann	Ottensen
25	10	*Otto Lehnhoff*	Architekt	Hamburg
26	11	*Julius Peters*	Gastwirt	Sande
27	12	*Richard Pflughaupt*	Postunterbeamter	Bergedorf
28	13	*Brent Rodd*	Rentner	Hamburg
29	14	*Georg Schmidt*	†Fabrikbesitzer	Bergedorf
30	15	*Wilhelm Schmidt*	Hufner	Lohbrügge
31	16	*Johann Wüstefeld*	Rentner	Bergedorf
		Unter-Tertia.		
32	1	*Heinrich Ahrendt*	Gastwirt	Wentorf
33	2	*Oskar Anz*	Kaufmann	Bergedorf
34	3	*Georg Bahnsen*	Kaufmann	Mexico

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
35	4	*Gustav Bergner*	Fabrikbesitzer	Sande
36	5	*Karl Eggers*	Hufner	Billwärder a. d. Bille
37	6	*Ernst Fischer*	†Decorateur	Altona
38	7	*Erdwin Funck*	Polizeibeamter	Bergedorf
39	8	*Albert Heesch*	Rentner	Wilster in Holstein
40	9	*Wilhelm Landahl*	Förster	Stangenteich b. Friedrichsruh
41	10	*Robert Meyer*	Hufner	Reitbrook
42	11	*Heinrich Schierholz*	†Organist und Lehrer	Bergedorf
43	12	*Hans Sieber*	Mechaniker	Hamburg
44	13	*Otto Siemers*	Hufner	Billwärder a. d. Bille
45	14	*Otto Unger*	Desgl.	Escheburg
46	15	*Wilhelm Warncke*	Droguist	Bergedorf
47	16	*Otto Wittkamp*	Schmiedemeister	Hohenhorn
		Quarta.		
48	1	*Wilhelm Burgdorf*	Messerschmied	Bergedorf
49	2	*Ferdinand Denckmann*	Kaufmann	Hamburg
50	3	*Richard Erlemann*	Knopffabrikant	Bergedorf
51	4	*Hermann Flügge*	Tierarzt	"
52	5	*John Fock*	†Ingenieur	"
53	6	*Karl Graf*	Bahnmeister	"
54	7	*Fritz Hamester*	Hufner	Neuengamme
55	8	*Alfred Hammer*	†Fabrikbesitzer	Mühlhausen i. Thüringen
56	9	*Robert Harden*	Tischlermeister	Neuengamme
57	10	*Heinrich von Have*	Hufner	Wentorf
58	11	*Wilhelm von Have*	Desgl.	"
59	12	*Guido Houben*	Kaufmann	Bergedorf
60	13	*Arthur Hühn*	Desgl.	"
61	14	*Wilhelm Janssen*	Gastwirt	"
62	15	*Rudolf Klapmeyer*	Hufner	Allermöhe
63	16	*Ernst Land*	Bleichereibesitzer	Curslack
64	17	*Ernst Lehnhoff*	Architekt	Bergedorf
65	18	*Richard Löffler*	†Buchdruckereibesitzer	Meiningen
66	19	*Gustav Meyer*	†Buchbindermeister	Bergedorf
67	20	*Gustav Nissen*	Kaufmann	"
68	21	*Johannes Peters*	Bierbrauereibesitzer	"
69	22	*Eduard Pinnau*	Krämer	"
70	23	*Richard Prösch*	Maurer- und Zimmermeister	Schwarzenbek
71	24	*Arthur Puls*	Polizeibeamter	Horst (Altengamme)
72	25	*Friedrich Rädge*	Gastwirt	Bergedorf
73	26	*Karl Sander*	Cigarrenfabrikant	"
74	27	*Hermann Sauber*	Kaufmann	Freiburg im Breisgau
75	28	*Franz Schaffner*	†Kaufmann	Hamburg
76	29	*Paul Schmidt*	†Kaufmann	"
77	30	*Paul Scholz*	Bahnhofsvorsteher	Bergedorf
78	31	*Friedrich Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
79	32	*Otto Steffens*	Rentner	Bergedorf
80	33	*Karl Stellmann*	Ziegeleiinspektor	Reitbrook
81	34	*Otto Tiedemann*	Schlachtermeister	Sande
82	35	*Bernhard Timpe*	Rentner	Bergedorf
83	36	*Karl Wenk*	Lehrer	Pötrau bei Büchen
84	37	*Reinhard Westermann*	Hausmakler	Hamburg
		Quinta.		
85	1	*Richard Biebler*	Kaufmann	Sande
86	2	*Friedrich Biemann*	Gerbereibesitzer	Steinbek
87	3	*Heinrich Bleuss*	†Maurermeister	Wentorf
88	4	*Wilhelm Ditlevsen*	Buchbindermeister	Bergedorf
89	5	*Hans Frieben*	Kaufmann	"
90	6	*Adolf Gramkow*	Lehrer	Curslack
91	7	*Heinrich Hartz*	Schneidermeister	Bergedorf
92	8	*Hans Häusler*	Rentner	Schönningstedt
93	9	*Richard Heidelmann*	Hufner	Börnsen
94	10	*Albert Hinsch*	Desgl.	Allermöhe
95	11	*Franz Jordan*	†Barbier	Bergedorf
96	12	*Walther Lamprecht*	Amtsrichter	"
97	13	*Rudolf Leinau*	†Kaufmann	Buenos-Aires
98	14	*Erich Loebell*	Königl. Preuss. Kreis-Bau-inspektor	Hofgeismar
99	15	*Konrad Meyer*	†Buchbindermeister	Bergedorf
100	16	*August Radelfahr*	Tischlermeister	"
101	17	*Georg Radelfahr*	Desgl.	"
102	18	*Hermann Rödinger*	Tabaksfabrikant	"
103	19	*Ernst Röthemeyer*	Bahnhofsvorsteher	Schwarzenbek
104	20	*Paul Sander*	Cigarrenfabrikant	Bergedorf
105	21	*August Schäfer*	Bäckermeister	Allermöhe
106	22	*Wilhelm Schaumann*	Hufner	Billwärder a. d. Bille
107	23	*Wilhelm Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
108	24	*Alfred Stahmann*	Mechaniker	Bergedorf
109	25	*Heinrich Tilker*	Gastwirt	"
110	26	*Heinrich Timmann*	Sattlermeister	"
111	27	*Paul Vietzen*	†Kaufmann	Curslack
112	28	*Oskar Voigt*	Gerichtsvollzieher	Reinbek
113	29	*Wilhelm Wiegels*	Schiffer	Bergedorf
114	30	*Johann Wohltorf*	Kaufmann	"
		Sexta.		
115	1	*Hugo Bauch*	Kaufmann	Reinbek
116	2	*Christian Behr*	Holzhändler und Lohmüller	Bergedorf
117	3	*Ernst Behr*	Kaufmann	Salina (Nord-Amerika)
118	4	*Wilhelm Biehl*	†Gerbereibesitzer	Bergedorf
119	5	*Andreas Boremski*	Postmeister	Friedrichsruh

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
120	6	*Heinrich Burgdorf*	Messerschmied	Bergedorf
121	7	*Klaus Carstens*	Hufner	Curslack
122	8	*Wilhelm Drinkuth*	Holzverlader	Aumühle bei Friedrichsruh
123	9	*Heinrich Duckstein*	Gastwirt	Bergedorf
124	10	*Walther Duttenhofer*	Direktor der Pulverfabrik	Düneberg bei Geesthacht
125	11	*Paul Elfreich*	Stationsassistent	Friedrichsruh
126	12	*Friedrich Hartkopf*	Lehrer	Bergedorf
127	13	*Otto Hartnack*	Tabaksfabrikant	"
128	14	*Albert Häusler*	Rentner	Schönningstedt
129	15	*Fritz Kiehn*	Hufner	Neuengamme
130	16	*Hans Lütkens*	Dampfmühlenbesitzer	Bergedorf
131	17	*Ludolf Mantius*	Bürgermeister	"
132	18	*Ernst Mehlis*	Postmeister	"
133	19	*Rudolf Meyer*	†Kaufmann	Hamburg
134	20	*Fritz Pauer*	Kaufmann	Sande
135	21	*Wilhelm Puttfarken*	Hufner	Zollenspieker
136	22	*Heinrich Röthemeyer*	Bahnhofsvorsteher	Schwarzenbek
137	23	*Emil Schütt*	Polizeibeamter	"
138	24	*Wilhelm Stellmann*	Ziegeleiinspektor	Reitbrook
139	25	*Karl Timmann*	Hufner	Curslack
140	26	*Franz Timpe*	Rentner	Bergedorf
141	27	*Hans Tischbein*	Kaufmann	"
142	28	*Walther Unger*	Hufner	Escheburg
143	29	*Arnold Warmer*	Kaufmann	Bergedorf
144	30	*Otto Warncke*	Droguist	"
145	31	*Daniel Weidenhöfer*	Rentner	Curslack
146	32	*Karl Willprecht*	Kaufmann	Bergedorf
		I. Elementar-Klasse.		
147	1	*Max Baass*	Gerbereibesitzer	Bergedorf
148	2	*Ernst Groth*	Gastwirt	Aumühle bei Friedrichsruh
149	3	*Heinrich Harden*	Steinkohlenhändler	Bergedorf
150	4	*Max Heidepriem*	Bahnmeister	"
151	5	*Hans Heuer*	Rentner	"
152	6	*Gustav Hein*	Glashüttenbesitzer	"
153	7	*Karl Hennings*	Bahnbeamter	"
154	8	*Walther Houben*	Kaufmann	"
155	9	*Adolf Leppin*	Bahnmeister	Schwarzenbek
156	10	*Otto Löffler*	†Buchdruckereibesitzer	Meiningen
157	11	*Paul Lohmann*	Uhrmacher	Bergedorf
158	12	*Hans Nissen*	Kaufmann	"
159	13	*Franz Pauer*	Desgl.	Sande
160	14	*Wilhelm Preiss*	Buchhalter	Bergedorf
161	15	*Konrad Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
162	16	*Otto Simon*	Bäckermeister	Sande

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
163	17	*Ernst Steffens*	Rentner	Bergedorf
164	18	*Hermann Tietgens*	Uhrmacher	"
165	19	*Karl Wendte*	Gastwirt	"
		II. Elementar-Klasse.		
166	1	*Fritz Boremski*	Postmeister	Friedrichsruh
167	2	*Peter Fock*	†Ingenieur	Bergedorf
168	3	*Ernst Heuer*	Rentner	"
169	4	*Karl Jenrich*	Bierverleger	"
170	5	*Charles Kiehn*	Hufner	Neuengamme
171	6	*Wilhelm Krause*	Steueraufseher	Bergedorf
172	7	*Alphons Peters*	Kaufmann	"
173	8	*Wilhelm Scholz*	Bahnhofsvorsteher	"
174	9	*Eduard Schröder*	Kaufmann	"
175	10	*Richard Schröther*	Braumeister	"
176	11	*Ludwig Staunau*	Gerichtsschreibergehülfe	"
		III. Elementar-Klasse.		
177	1	*Bernhard Burgdorf*	Messerschmied	Bergedorf
178	2	*Peter Hauptmann*	Kaufmann	"
179	3	*Walther Lehnhoff*	Architekt	"
180	4	*Otto Lohmeyer*	Goldschmied	"
181	5	*Johannes Lühning*	Buchhalter	"
182	6	*Hans Meyer*	†Buchbindermeister	"
183	7	*John Niemann*	Schlachtermeister	"
184	8	*Charles Nitzsehke*	†Gerichtskanzlist	"
185	9	*Heinrich Oldorf*	Buchhalter	"
186	10	*Rudolf Pries*	Gärtner	Sande
187	11	*Bernhard Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
188	12	*Hermann Schulz*	Polizeibeamter	Bergedorf
189	13	*Paul Stolte*	Stationsassistent	"

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

1) **Lehrerbibliothek.** (Bibliothekar: *Der Direktor.*)

Es wurden angeschafft:

F. Paulsen, Ethik, 1 Hälfte. Berlin 1889. — *v. Staudt,* Geometrie der Lage Nürnberg 1847. — *Derselbe,* Beiträge zur Geometrie der Lage. 3 Hefte. Nürnberg 1856—1860. — *E. Kötter,* Theorie der algebraischen ebenen Kurven. Berlin 1887. — *J. Ranke,* Der Mensch. 2 Bände Leipzig 1887. — *J. Dieffenbach,* Mittellat.-hochdeutsch-böhmisches Wörterbuch. Frankfurt 1846. — *H. Paul,* Grundriss der german. Philologie 1. Band, 1. und 2. Lfrg., 2. Band, I. Abt., 1 Lfrg., 2. Band, II. Abt., 1. Lfrg. Strassburg 1889. — *W. Braune,* Got.

Grammatik. 2. Auflage. Halle 1882. — *Derselbe*, Althochdeutsche Grammatik. Halle 1886. — *H. Paul*, Mittelhochdeutsche Grammatik. 3. Aufl. Halle 1889. — *F. Kluge*, Etymolog. Wörterbuch der deutschen Sprache. 4. Aufl. Strassburg 1889. — *E. Sievers*, Angelsächsische Grammatik. 2. Aufl. Halle 1886. — *K. Elze*, Grundriss der englischen Philologie. 2. Aufl. Halle 1889. — *G. Weber*, Allgemeine Weltgeschichte. 13. und 14. Band. 2. Aufl. Leipzig 1888. — *M. Duncker*, Geschichte des Altertums. 9 Bände. 5. Aufl. Leipzig 1878—1886. — *G. Grote*, Geschichte Griechenlands. 2. Aufl. 6 Bände. Berlin 1880. — *F. C. Dahlmann*, Quellenkunde der deutschen Geschichte. 2. Aufl. Göttingen 1875. — *O. Lorenz*, Deutschlands Geschichtsquellen. 2 Bände. 2. Aufl. Berlin 1876 und 1877. — *G. Waitz*, Deutsche Verfassungsgeschichte. 8 Bände. 1. bis 3. Aufl. Kiel 1860—1880. — *P. Roth*, Geschichte des Benefizialwesens. Erlangen 1850. — *Th. Heymann* und *A. Uebel*, Aus vergangenen Tagen. Heft 1 und 2. — Leipzig 1889. — *J. G. Drogsen*, Graf York v. Wartenburg. 2 Bände. 10. Aufl. Leipzig 1890. — *C. Bulle*, Geschichte der neuesten Zeit. 4 Bände. 2. Auflage. Berlin 1888. — *E. Kautsch* und *A. Socin*, Die Genesis. Freiburg 1888. — *H. J. Holtzmann*, Einl. in das Neue Testament. 2. Aufl. Freiburg 1886. — *B. Weiss*, Einl. in das Neue Testament. 2. Aufl. Berlin 1889. — *Reuss*, Geschichte der heiligen Schrift Neuen Testaments. 4 Aufl. Braunschweig 1864. — *C. F. Schmid*, Biblische Theologie des Neuen Testaments. 3. Aufl. Stuttgart 1864. — *L. Tiesmeyer* und *A. Werner*, Aus dem Bilderschatz der Bibel. Bremen 1888. — *L. Krummel*, Die Evangelien des Kirchenjahres. Basel 1888. — *F. Palmié*, Evangelische Schulagende. II. Band. Halle 1889. — *J. J. Herzog*, Realencyklopädie. Band 18. Leipzig 1888. — *Th. Wunderlich*, Methodik des Freihandzeichnens. Bernburg 1886. — *F. Flinzer*, Lehrbuch des Zeichenunterrichts. 3. Aufl. Bielefeld 1882. — *Brockhaus*, Konversations-Lexikon, Band X—XVI und Suppl.

Ferner erhielt die Anstalt von der *Oberschulbehörde* resp. an Doppelstücken aus den *Bibliotheken der höheren Staatsschulen* zu Hamburg:

E. Hebler, Die Philosophie gegenüber dem Leben und den Einzelwissenschaften. Berlin 1867. — *B. Stark*, Joh. Joach. Winckelmann, Berlin 1867. — *Schulze-Delitzsch*, Soziale Rechte und Pflichten. Berlin 1866. — *Foerster*, Über Zeitmasse und ihre Verwaltung durch die Astronomie. Berlin 1866. — *A. Müller*, Über die erste Entstehung organischer Wesen. Berlin 1866. — *W. Preyer*, Über Empfindungen. Berlin 1867. — *A. v. Graefe*, Sehen und Sehorgan. Berlin 1867. — *H. Meyer*, Über Sinnestäuschungen. Berlin 1866. — *J. Rosenthal*, Von den elektrischen Erscheinungen. Berlin 1866. — *C. F. Rammelsberg*, Licht und Wärme. Berlin 1866. — *F. W. Dove*, Der Kreislauf des Wassers. Berlin 1866. — *Perels*, Über die Bedeutung des Maschinenwesens in der Landwirtschaft. — *J. Möller*, Der Alkohol. Berlin 1867. — *P. A. Bolley*, Farbenchemie und Färberei Berlin 1867. — *Z. Oppenheimer*, Der Einfluss des Klimas auf den Menschen. Berlin 1867. — *E. Osenbrüggen*, Land und Leute der Urschweiz. Berlin 1866. — *W. Lange*, Anatomie und Histiologie der Asterien und Ophiuren. Berlin . — *K. v. Seebach*, Der Vulkan von Santorin. Berlin 1867. — *H. E. Foss*, Qu. Curtius. Leipzig 1873. — *H. Perthes*, Lateinisches Lesebuch für Quinta. Berlin 1875. — *Derselbe*, Gram. etym. Vocabularium für Quinta. Berlin 1876. — *Derselbe*, Lat. Lesebuch für Sexta. Berlin 1881. — *Derselbe*, Gram. Vocabularium für Sexta. Berlin 1881. — *Derselbe*, Lateinische Formenlehre. Berlin 1876. — *Van Muyden* und *L. Rudolph*, Satires de Boileau. Berlin 1862. — *De Bazancourt*, l'expédition de Crimée, Münster 1857. — *W. Fick*, Das mittelenglische Gedicht von der Perle, Kiel 1885. — *E. L. Bulwer*, Money. Berlin 1880. — *John Poole*, Patrician and Parvenu. Berlin 1880. — *H. Schütz*, Charakterbilder aus neuerer Geschichte Bielefeld 1863. — Zeitschrift des Vereins für hamburgische Geschichte. Neue Folge Band IV, Heft 2, 3 und 4. Hamburg 1881 und 1883. — *K. Koppmann*, Verzeichnis der in Band I—VI derselben Zeitschrift enthaltenen Aufsätze. Hamburg 1880. — *Derselbe*, Mitteilungen des Vereins für hamburgische Geschichte. 7. Jahrgang. Hamburg 1885. — *H. Handelmann*, Schleswig-Holsteinische Altertümer (Stein- und Bronze-Alter). Kiel 1879. — *E. Milarch*, Über J. Böhme

als Begründer der neueren Religionsphilosophie. Neustrelitz 1865. — Die deutsche Wehrordnung. Berlin 1875. —

Endlich wurden sonst von Gönnern und Freunden der Anstalt geschenkt:

Jubelfestschrift der mathematischen Gesellschaft zu Hamburg. I. Teil. Leipzig 1890. — *R. Heidenhain,* Der sogenannte thierische Magnetismus. Leipzig 1880. — *Derselbe,* Die Vivisektion im Dienste der Heilkunde. Leipzig 1879. — *K. Baedeker*, Ober-Italien. Coblenz 1865. — *E. Sievers,* Grundzüge der Phonetik. Leipzig 1881. — *F. Eyssenhardt,* Mitteilungen aus der Stadtbibliothek zu Hamburg. VI. 1889. — *E. H. Wichmann*, Grundmauern und Baureste. Hamburg 1888. — *R. Ehrenberg,* Hamburg und Antwerpen. Hamburg 1889. — *F. Voigt*, Die hamburgischen Hochzeits- und Kleiderordnungen von 1583 und 1585. Hamburg 1889. — Aus dem Leben von Joh. Diederich Gries. Hamburg 1855. — *A. W.*, Befreiung Hamburgs am 18. März 1813. Hamburg 1888. — *H. Grüning,* Das Verbot der Hamburger Rundschau. Hamburg 1888. — *H. W. C. Hübbe,* Das Ochsenwerder Kirchspiel. Hamburg 1889. — Statistisches Handbuch für den hamburgischen Staat, Hamburg 1880. — *Th. Schwartz*, Das alte Lübeck. Hamburg 1888. — Erinnerungen aus Berlin vom 14., 15. und 16. März 1888. Bergedorf. — Neuer Leitfaden für den Turnunterricht in den preussischen Volksschulen. Berlin 1868. — Allgemeine Bestimmungen über das preussische Volksschul-, Präparanden- und Seminar-Wesen. Berlin 1872. — Verhandlungen über den Gesetzenwurf betreffend die Beaufsichtigung des Unterrichts- und Erziehungswesens. Berlin 1872. — Die 3. Säkularfeier des Hamburger Johanneums 1829. — Über das Verhältnis der beiden gelehrten Anstalten Hamburgs, des akad. Gymnasii und des Johannei. Altona 1829. — Programm der Gelehrtenschule des Johanneums zu Hamburg. 1880. — Programm der höheren Bürgerschule zu Hamburg. 1880. — Festschrift zur Einweihung des Wilhelm-Gymnasiums in Hamburg. 1885. — 13. Jahresbericht der Klosterschule zu Hamburg 1885.

2) **Schülerbibliothek.** (Bibliothekar: *Der Direktor.*)

Es wurden gekauft:

R. Meyer, Michael Faraday, Naturgeschichte einer Kerze. Berlin 1883. — *F. Langhoff,* O. Ules Warum und Weil. I. Phys. Tl. Berlin 1886. — *L. Thomas,* Die denkwürdigsten Erfindungen des 18. Jahrhunderts. Leipzig 1887. — *Derselbe,* Die denkwürdigsten Erfindungen des 19. Jahrhunderts. Leipzig 1889. — *W. Heyn* u. *M. Prätorius,* Das Leben eines Kriegspferdes. Gotha. — *F. Specht* und *C. F. A. Kolb,* Unsere Tierwelt. Stuttgart. — *K. Burmann*, Entdeckung von Amerika. 3 Teile. Stuttgart. — *M. Lindemann* und *O. Finsch,* Die 2. deutsche Nordpolfahrt. Leipzig 1883. — *G. Schwab,* Sagen des klassischen Altertums. 2 Teile. Stuttgart. — *H. Mehl,* Griechische Sagen. Leipzig 1880. — *H. Masius*, K. F. Beckers Erzählungen aus der alten Welt. Halle 1881. — *M. Zeller*, Erzählungen aus der alten Welt. 3 Teile. Stuttgart. — *W. Oncken,* L. Häussers Geschichte des Zeitalters der Reformation. Berlin 1879. — *H. v. Sybel,* Prinz Eugen von Savoyen München 1861. — *J. W. von Archenholtz,* Geschichte des 7jährigen Krieges. Leipzig 1863. — *W. Hahn*, Hans Joachim von Zieten. Berlin 1878. — *F. Kühn,* Seydlitz. Glogau. — *W. O. v. Horn*, Das Büchlein vom Feldmarschall Blücher. Wiesbaden. — *W. Herchenbach,* Soldatenfahrten aus dem Dänenkriege. Regensburg 1875. — *C. Hallberger*, Vermächtnis Kaiser Wilhelms I. Stuttgart 1889. — *K. Göpel*, Illustrierte Kunstgeschichte. Leipzig 1887. — *J. H. Kampe*, Robinson der Jüngere. Stuttgart. — *W. Herchenbach*, Ewald Moor, der Schiffsjunge. Regensburg 1868. — *Derselbe*, In der Garnison und auf dem Schlachtfelde. Regensburg 1874. — *A. H. Fogowitz*, Onkel Toms Hütte. Stuttgart. — *R. Wülfers*, Edmondo de Amicis, Herz. Basel 1889. — *O. Höcker*, Gott verlässt die Seinen nicht. Stuttgart. — *Fr. Hoffmann*, Opfer der Freundschaft. Stuttgart. — *Derselbe*, Die Kinder sollen dankbar sein den Eltern. Stuttgart. — *Derselbe*, Zeit ist Geld. Stuttgart. — *K. Pilz*, Was Kinder

gern hören. Leipzig 1885. — *H. C. Andersen*, Ausgewählte Märchen. Leipzig. — *H. Wagner*, Illustriertes Spielbuch für Knaben. Leipzig. — Deutsches Pracht-Bilder-Buch. Stuttgart.

3) **Historischer Apparat.** (Verwalter: *Kertelhein.*)

Aus dem Leipziger Schulbilderverlag wurden angeschafft:
4 Bilder zur deutschen Kulturgeschichte (2. Lieferung).

4) **Geographischer Apparat.** (Verwalter: *Heims.*)

Es wurde gekauft:
1 Supplement von *Hölzels* geographischen Charakterbildern (2 Blätter nebst Text).

5) **Naturhistorische Sammlungen.** (Verwalter: *Dr. Fischer.*)

a) Für den zoologischen Unterricht:

Angeschafft wurde an ausgestopften Tieren:

Mustela erminea, Mus musculus (Var. alba), Fringilla coccothraustes, Certhia familiaris, Fringilla montana, Sylvia phoenicurus, Cypselus apus, Parus maior, Strix otus, Strix aluco, Haliaetos albicilla, Buteo vulgaris (Winterkleid), Circus rufus, 3 Colibri spec., Pavo cristatus (♀), Anser cinereus, Sula bassana, Scolopax rusticola, Falco tinnunculus.

Geschenkt wurden:

1) an Doppelstücken vom Realgymnasium des Johanneums:

Mus rattus, Lepus variabilis, Hapale jacchus, Pteromys petaurista, Sitta europaea, Euphone violacea, Pachyramphos nigripes, Ploceus spec., Pyrrhocorax alpinus, Hirundo urbica, Astur nisus, Tringa pugnax, Ciconia alba, sämtlich ausgestopft; Ei von Rhea americana; an Spirituspräparaten: Vipera berus, Salamandra maculata, Triton taeniatus, Triton alpestris, diverse Stadien der Froschentwicklung, Bufo vulgaris, Gasterosteus spinachius, Gasterosteus aculeatus, Cyclopterus lumpus, Cottus bubalus, Petromyzon Planeri, Sygnathus typhle und ophidion. Säge von Pristis antiquorum. An präparierten Mollusken: Cyprina Islandica, Physa fontinalis, Dreissena polymorpha, Litorina litorea; Schalen von Nautilus Pompilius, Schulp von Sepia officinalis, verschiedene einheimische Heliciden, Cypraea tigris, Strombus lentiginosus, Harpa ventricosa, Buccinum undatum, Malleus vulgaris, Mytilus edulis, Spirituspräparate von Idotea tricuspidata, Nerocila spec., Cancer pagurus, Palaemon squilla, Crangon vulgaris, Mysis vulgaris, Hyas aranea, Pagurus Bernhardi, Scolopendra spec., Myogale spec., verschiedene Ixodes spec., Trombidium spec. aus Zanzibar, Cicada spec., Corix spec. aus Mexico, Notonecta glauca, Phryganiden-Gehäuse, Larven von Eristalis tenax, Chironomus spec., Myrmeleon formic., Termiten, Oryctis nasic., Dytiscus marginalis, Dictoma hepaticum, Arenicola piscatorum, Phallusia intestinalis, Botryllus violaceus, diverse einheimische Bryozoen, Trockenpräparat von Balanus spec. auf Pecten.

2) an Doppelstücken von der Höheren Bürgerschule vor dem Holstenthor:

An ausgestopften Tieren: Mus decumanus, Cricetus frumentarius, Diomedea exulans; an Spirituspräparaten: Elaps corallinus, Tropidonotus natrix, Anguis fragilis, Hippocampus brevirostris, Exocoetus evolans, Gasterosteus aculeatus, Scolopendra morsitans, Scorpio spec.; an Trockenpräparaten: Haut von Boa constrictor, Fischwirbel, Säge vom Sägehai, Haifischkiefer, verschiedene Molluskenschalen und Balanus-Gehäuse.

3) Von Herrn Amtsrichter Dr. jur. *Lamprecht* hierselbst eine Sammlung exotischer Vögel.

4) Von Schülern der Anstalt (*Alfred Loebell*, *Otto Lehnhoff* und *Brent Rodd*): ein Wildschweinschädel, ein Mäuseschädel und Eier vom Katzenhai.

Ausserdem wurden 6 Lieferungen der *Leuckart-Nitzsche*schen zoologischen Wandtafeln zur Fortsetzung angeschafft.

b) Für den botanischen Unterricht:

Es wurden gekauft die Fortsetzungen der von *Gerold* und *Sohn* herausgegebenen Pflanzenabbildungen, die in dem Jahre erschienen.

c) Für den mineralogischen Unterricht:

Es wurden gekauft: 1 Lieferung der *Zittel* und *Haushofer*schen geol.-paläontol. Wandtafeln zur Fortsetzung.

6. Chemischer Apparat. (Verwalter: Herr *Dr. Fischer.*)

Die für den Unterricht erforderlichen Präparate wurden besorgt, die Reagentiensätze ergänzt, auch im Laufe der Zeit durch Bruch entstandene Lücken in dem Apparate wieder gedeckt.

7. Physikalischer Apparat. (Verwalter: Herr Oberlehrer *Dr. Busche.*)

Zu den früheren Anschaffungen kamen in diesem Jahre hinzu: 1 *Atwood*sche Fallmaschine und 1 *Töpler*sche selbsterregende Influenzmaschine.

8. Mathemaitscher Apparat. (Verwalter: Herr Oberlehrer *Dr. Busche.*)

Derselbe hat in diesem Jahre eine Vermehrung nicht erfahren.

9. Zeichenapparat. (Verwalter: Herr *Schütte.*)

Derselbe wurde ergänzt durch: *Häuselmann*, Moderne Zeichenschule. Lieferung 5 u. 6.

10. Notensammlung. (Verwalter: Herr *Hocke.*)

Anschaffungen sind in diesem Jahre nicht zu verzeichnen.

11. Turnapparat. (Verwalter: Herr *Düpow.*)

In Ermangelung einer Turnhalle ist der Bestand auch in diesem Jahre derselbe geblieben.

12. Lehrmittel der Vorschule. (Verwalter: Herr *Schinkel.*)

Neubeschaffungen für den Elementarunterricht sind im verflossenen Jahre nicht gemacht worden.

Den vorgesetzten Behörden, die teils durch Gewährung etatsmässiger Mittel die Ergänzung der Lehrmittelsammlungen ermöglicht, teils durch reiche Zuwendungen den Bestand derselben erhöht haben, auch allen sonstigen Gebern der vorher verzeichneten Geschenke sei auch an dieser Stelle der verbindlichste Dank der Anstalt ausgedrückt.

V. Stiftungen.

Die „*Wittwen und Waisenkasse der Hansa-Schule*", deren Statuten in der im Anhange mitgetheilten Form unterm 12. März a. c. von der *Oberschulbehörde* genehmigt worden sind, ist aus der Verschmelzung der früher getrennt gehaltenen Kassen: *Lehrer-Witwen-* und *Relikte-Unterstützungskasse* entstanden. Dieselbe hat seit den $1^1/_2$ Jahren ihres Bestehens bis zum 1. Januar 1890 vereinnahmt: 1) an Eintrittsgeldern ℳ. 112,40, an Beiträgen ℳ. 135, sonst ℳ. 49,65 und Zinsen ℳ. 4,05, im ganzen ℳ. 301,10. Ausgaben hat dieselbe bis jetzt nicht gehabt. Das Kassenvermögen von ℳ. 301,10 ist bei der Bergedorfer Sparkasse auf Buch 4364 belegt.

VI. Mitteilungen.

1. Nach den Bestimmungen des Reichsimpfgesetzes sind im Jahre 1890 alle diejenigen Schüler der *Wiederimpfung* zu unterziehen, welche im Jahre 1878 geboren sind, sofern dieselben nicht nach ärztlichem Zeugnisse in den letzten 5 Jahren (also 1885—1889) die natürlichen Blattern überstanden haben oder *mit Erfolg* geimpft sind. Ebenso sind in diesem Jahre diejenigen in den Jahren 1876 und 1877 geborenen Schüler nochmals zu impfen, bei denen die Impfungen im Jahre 1888 and 1889 erfolglos waren.

2. Aus den Bestimmungen der am 12. Januar 1884 von der Oberschulbehörde genehmigten Schulordnung der Hansa-Schule mögen hier folgende hervorgehoben werden:

   Dispensation vom Turnunterrichte kann nur auf Grund eines ärztlichen Attestes erfolgen.

   Ist ein Schüler durch Krankheit am Schulbesuche verhindert, so ist dem Klassenlehrer davon möglichst bald, in der Regel am ersten Tage, Anzeige zu machen. Zum Versäumen der Schule aus anderen Gründen ist vorher rechtzeitig die Erlaubnis des Direktors nachzusuchen.

   Soll ein Schüler mit Ablauf eines Vierteljahres die Schule verlassen, so ist seitens des Vaters oder seines Vertreters sechs Wochen vorher dem Direktor Anzeige zu machen. Bei später erfolgender Abmeldung bleibt die Verpflichtung zur Zahlung des Schulgeldes für das folgende Vierteljahr bestehen.

3. Die von den Schülern geführten Verkehrsbücher dienen dazu, um thatsächliche Mitteilungen von der Schule an das Haus wie umgekehrt vom Hause an die Schule gelangen zu lassen. Etwaige Beschwerden sind nicht auf diesem Wege zu befördern, sondern brieflich an den betreffenden Lehrer oder an den Direktor zu übermitteln.

4. Die Ferien dauern im Schuljahre 1890/91 vom 30. März bis 13. April, 25. Mai bis 1. Juni, 12. Juli bis 10. August, 24. September bis 5. Oktober, 24. Dezember bis 6. Januar. Eine willkürliche Verlängerung derselben ist unzulässig.

5. Die Prüfung der neuaufzunehmenden Schüler findet am Sonnabend den 29. März, vormittags 10 Uhr statt. Dieselben haben den Taufschein resp. die Geburtsurkunde, den Impfschein und, wenn sie schon eine andere Schule besucht haben, das Entlassungszeugnis dieser Anstalt mitzubringen, sich ausserdem auch mit Papier und Feder zu versehen. Für den Eintritt in Sexta ist den Anforderungen des § 3 der Schulordnung zu genügen und kann den Eltern, die der Aufnahme ihrer Söhne in diese Klasse sicher sein wollen, nur dringend angeraten werden, dieselben die mit der Hansa-Schule verbundene Vorschule durchmachen zu lassen.

6. Das neue Schuljahr beginnt am Montag den 14. April, morgens 8 Uhr. Die beim Unterrichte gebrauchten Bücher, die nach der Schulordnung immer in neuester Auflage anzuschaffen sind, sind zu haben in der *Winterberg*schen Buchhandlung, ausserdem auch in den hiesigen Papierhandlungen, welche auch angewiesen sind, die Schulutensilien in der von der Anstalt geforderten Weise zu liefern.

Zu jeder weiteren Auskunft, namentlich auch zum Nachweise geeigneter Pensionen für auswärtige Schüler ist der Unterzeichnete gern bereit.

BERGEDORF, im März 1890.

Dr. Georg Gross,
Direktor der Hansa-Schule.

ANHANG I.

Geschäfts-Ordnung für das Kuratorium der Hansa-Schule zu Bergedorf.

§. 1.

Die Zuständigkeit des Kuratoriums, welches ebenso berechtigt als verpflichtet ist, alles das zu veranlassen, was das Wohl und das Gedeihen der Schule zu fördern geeignet ist, wird durch die Vorschriften des § 20 des Gemeindestatuts vom 15. April 1874 bestimmt. Demselben liegt insbesondere ob:

1. Dem Magistrat vor Schluss jeden Jahres einen Voranschlag der für das folgende Jahr zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben einzureichen;
2. den genehmigten Voranschlag gewissenhaft innezuhalten und die Abrechnung zur Aufnahme in die budgetmässige Abrechnung der Stadtkasse rechtzeitig fertig zu stellen;
3. das Schulgeld einzuheben, die Lehrergehalte sowie die an die Pensionskasse zu leistenden Beiträge auszuzahlen und alle sonstigen die Schule betreffenden Ausgaben zu beschaffen;
4. bei der Bau-Kommission die Instandhaltung des Schulhauses einschliesslich der Amtswohnung des Direktors, namentlich die regelmässige Reinigung der Öfen, das Ölen der Dielen, Weissen der Decken u. s. w. zu beantragen, sowie die Heizung, Beleuchtung und Reinigung der Schulräume beschaffen zu lassen, auch den Turnplatz und den Spielhof in brauchbarem Zustand zu erhalten;
5. das Inventar in gehörigem Stande zu erhalten, sowie die für Bibliothek und Lehrmittel-Apparat gemachten Anschaffungen ordnungsmässig konservieren zu lassen;

§ 2.

Das Kuratorium hat den Direktor und die festangestellten Lehrer sowie die Hilfslehrer nach Massgabe der Bestimmungen des § 4 des revidierten Statuts der Hansaschule vom 20. Juli / 1. August 1888 zu wählen, über die Entlassungsgesuche zu beschliessen und die nicht festangestellten Lehrer zu kündigen, alles dies vorbehältlich der Genehmigung bezw. Zustimmung der Oberschulbehörde.

§ 3.

Das Kuratorium beschliesst über den Beginn und das Ende der täglichen Unterrichtszeit (vergleiche § 7 des Statuts) über die Zulassung auswärtiger Schüler, die Verleihung von ganzen und halben Freistellen, über den Erlass des Schulgeldes. Ebenso beschliesst das Kuratorium über die Einrichtung neuer Klassen und Lehrerstellen sowie über die anderweitige Normierung des Schulgeldes, beides vorbehältlich der Genehmigung von Magistrat und Bürgervertretern und der Zustimmung der Oberschulbehörde.

§ 4.

Das Kuratorium ist befugt, Kenntnis zu fordern von dem Stundenplan und Anträge aller Art, namentlich auch bezüglich Änderungen im Lehrerplan zur Entscheidung der Oberschulbehörde zu bringen, auch den Schulfesten und Prüfungen beizuwohnen. Nicht minder steht es dem Kuratorium zu, von dem Unterrichte selbst durch eins oder mehrere seiner Mitglieder nach vorheriger Rücksprache mit dem Direktor Kenntnis zu nehmen.

§ 5.

Dem Direktor, dem die Leitung der inneren Angelegenheiten der Schule obliegt, hat über Inventar und Lehrmittel ein genaues Verzeichnis zu führen oder unter seiner Verantwortlichkeit führen zu lassen, dasselbe zu Anfang jeden Jahres dem Kuratorium zur Kenntnisnahme und Prüfung mitzuteilen und am Schlusse jeden Schuljahres einen nach Massgabe der von der Oberschulbehörde darüber erlassenen Vorschriften angefertigten Jahresbericht, für dessen Umfang die Höhe der budgetmässig bewilligten Mittel massgebend ist, zu veröffentlichen.

Die Schulbibliothek wird von demselben nach einem von dem Kuratorium zu erlassenden Regulativ verwaltet.

Die Benutzung des Schulgrundstückes zu anderen als Schulzwecken unterliegt der Genehmigung des Kuratoriums.

Der Direktor ist verpflichtet, von allen wichtigen oder aussergewöhnlichen Vorkommnissen, zu denen auch die schweren Disziplinarfälle zu rechnen sind, dem Kuratorium sofort Anzeige zu machen und Bericht zu erstatten.

Von jeder aussergewöhnlichen Aussetzung des Unterrichtes oder erforderlich werdenden längeren Vertretung hat der Direktor dem Kuratorium Kenntnis zu geben, auch, falls er oder einer der Lehrer Urlaub bis zu 3 Tagen hat in Anspruch nehmen müssen (§ 21 des Regulativs vom 17. März 1877 über die amtlichen Verhältnisse der an den höheren Staatsschulen angestellten Lehrer) vor Beginn desselben dem Kuratorium Anzeige zu machen.

Alle Gesuche um einen die Zeit von 3 Tagen überschreitenden Urlaub für sich oder die Lehrer hat der Direktor durch das Kuratorium an die Oberschulbehörde zu befördern.

Im Falle längerer Abwesenheit während der Ferien oder sonstiger Verhinderung hat der Direktor dem Vorsitzenden des Kuratoriums rechtzeitig anzuzeigen, welchem Lehrer er die stellvertretende Führung der Direktions-Geschäfte übertragen will.

§ 6.

Die Lehrer der Hansaschule erhalten eine vom Magistrat ausgefertigte Anstellungsurkunde.

Für Übernahme anderer amtlicher oder Privatgeschäfte ist die Genehmigung der Oberschulbehörde erforderlich. Die Lehrer haben die bezüglichen Gesuche durch den Direktor dem Kuratorium einzureichen, welches dieselben mit des Direktors und seiner eigenen gutachtlichen Äusserung der Oberschulbehörde zur Entscheidung vorzulegen hat.

§ 7.

Alle Beschwerden der Eltern über einen Lehrer sowie der Lehrer über Kollegen sind zunächst bei dem Direktor anzubringen, welcher, falls es ihm nicht gelingt, eine Ausgleichung herbeizuführen, die Beschwerde dem Kuratorium vorzulegen hat. Gelingt auch diesem eine Ausgleichung nicht, so ist die Angelegenheit durch das Kuratorium zur Entscheidung der Oberschulbehörde zu bringen.

Ebenso gehen Beschwerden über den Direktor durch Vermittelung des Kuratoriums an die Oberschulbehörde.

§ 8.

Der Vorsitzende des Kuratoriums beruft dasselbe wenigstens viermal im Jahre und sonst, so oft es nöthig ist, namentlich auch dann, wenn die Oberschulbehörde die Anberaumung einer Sitzung anordnet.

Wichtige oder umfangreiche Aktenstücke sind vorher zur Kenntnis der Mitglieder zu bringen.

Zur Gültigkeit einer Wahl oder eines Beschlusses ist erforderlich, dass sämtliche Mitglieder eingeladen und ausser dem Vorsitzenden oder dessen Stellvertreter mindestens 4 Mitglieder anwesend sind, unter denen sich der Direktor bezw. dessen Stellvertreter befinden muss, sofern nicht persönliche Angelegenheiten desselben zur Verhandlung stehen. Ist die erforderliche Anzahl nicht erschienen, so kann in einer zweiten Sitzung, nachdem in der Berufung die Veranlassung ausdrücklich hervorgehoben ist, über denselben Gegenstand durch Stimmenmehrheit der Erschienenen entschieden werden.

Ueber die Verhandlungen ist ein Protokoll aufzunehmen, welches von dem Vorsitzenden und dem Schriftführer zu unterzeichnen ist und dessen Einsicht dem Vertreter der Oberschulbehörde freisteht.

§ 9.

Den Geschäftsgang bei den Verhandlungen mit der Oberschulbehörde anlangend, so werden alle inneren Angelegenheiten der Hansaschule von dem Direktor mit der Oberschulbehörde unmittelbar verhandelt, alle übrigen dagegen durch das Kuratorium — nach Bedürfnis mit gutachtlichen Berichten — durch die Vermittelung des Magistrats an die Oberschulbehörde gebracht.

Bergedorf, den 18. November 1889.

ANHANG II.

Statuten

der

Witwen- und Waisenkasse der Hansa-Schule zu Bergedorf.

§ 1.

Vom Zwecke der Kasse.

Der Zweck der Kasse ist, den von Lehrern der Hansa-Schule hinterlassenen Witwen und Waisen zu ihrem Unterhalte, letzteren auch zu ihrer Erziehung und Ausbildung Beihilfen zu gewähren, soweit die Mittel der Kasse nach den Statuten es gestatten werden.

§ 2.

Von der Mitgliedschaft

Mitglieder dieser Kasse können nur die ordentlichen Lehrer der Anstalt, verheiratete wie unverheiratete, werden. Der Beitritt ist freiwillig, soll aber im ersten Jahre der festen Anstellung erfolgen.

§ 3.

Vom Aufhören der Mitgliedschaft.

Die Mitgliedschaft erlischt:

a) im Falle, dass ein Jahr lang der Beitrag nicht gezahlt worden ist;
b) durch freiwillige, schriftliche Austrittserklärung;
c) durch Ausscheiden aus dem Lehrerkollegium.

Die Ausscheidenden der Kategorie c erhalten ihr Eintrittsgeld zurück.

§ 4.

Von den emeritierten Lehrern.

Emeritierten Lehrern soll es gestattet sein, auch nach dem Scheiden aus dem Amte noch Mitglieder der Kasse zu bleiben.

§ 5.

Von den Einnahmen der Kasse.

Die Einnahmen der Kasse setzen sich zusammen:

a) aus den Eintrittsgeldern der neu Beitretenden mit $\frac{1}{2}$ Procent des Amtseinkommens (die Zahlung derselben kann auf vier gleiche, im ersten Jahre

der Mitgliedschaft vierteljährlich zu zahlende Raten verteilt werden); jedesmal, wenn ein Mitglied eine Alterszulage bekommt, zahlt dasselbe $1/2$ Procent davon an die Kasse;

b) aus den regelmässigen Beiträgen, welche jedes Mitglied mit zehn Reichsmark pränumerando in Halbjahrsraten vor dem 1. April und 1. Oktober zu leisten hat;

c) aus anderweitigen ausserordentlichen Einnahmen (Geschenken, Vermächtnissen, Gebühren für Zeugnisdupplikate und Prüfung von Nichtschülern der Anstalt u. s. w.);

d) aus den Zinsen der belegten Gelder.

Die unter a bis c aufgeführten Einnahmen bilden den Kapitalfond der Kasse, der unantastbar ist. Nur die jährlichen Zinsen dürfen zu Pensionen verwendet werden. Sind keine Pensionsempfänger vorhanden, so müssen die einkommenden Zinsen zum Kapital geschlagen werden. Von den Beiträgen soll jedoch der fünfte Teil zur Bildung eines Reservefonds verwendet werden, der nicht mehr als 200 Mark betragen darf. Über die Verwendung des Reservefonds, welcher nur bei aussergewöhnlichen Notfällen angegriffen werden darf, verfügt die Generalversammlung.

§ 6.

Von der Verwaltung der Kasse.

Die Verwaltung der Kasse geschieht durch einen Vorstand, welcher aus dem Direktor der Hansa-Schule, falls dieser selbst Mitglied ist, andernfalls dem Dienstältesten der Kassenmitglieder als Vorsitzendem, einem Rechnungsführer und einem Schriftführer besteht. Die beiden letzteren werden von den Mitgliedern der Kasse aus der Zahl der im Amte befindlichen Lehrer der Anstalt, welche zur Kasse gehören, nach einfacher Majorität durch Stimmzettel alle 2 Jahre abwechselnd neu gewählt. Wiederwahl ist gestattet, ein Ablehnen der Wahl nur im dritten Wiederholungsfalle. Der Vorstand verwaltet sein Amt unentgeltlich.

§ 7.

Von den Obliegenheiten des Vorstandes.

Der Vorsitzende hat ausser der allgemeinen Oberleitung aller Angelegenheiten jährlich wenigstens zweimal die Kasse zu revidieren, Ausgabe- und Einnahmejournal zu vergleichen und den Kassenbestand nachzusehen, sowie den Befund durch einen Protokollvermerk zu bestätigen. Der Rechnungsführer verwaltet das eigentliche Kassenwesen, erhebt die Einnahmen und leistet die Ausgaben. Für letztere bedarf es einer vom Vorsitzenden und Schriftführer gemeinsam aufgestellten Anweisung und Bescheinigung. Die Gelder der Kasse legt er bei einer der Sparkassen des Hamburgischen Staates oder, bei grösseren Summen, auf Namen oder in Hypotheken nach den betreffenden Bestimmungen des Hamburgischen Vormundschaftsgesetzes sicher an. Die Konsense vor den Hypotheken- und Schuldenverwaltungs-Behörden werden durch den zeitigen Vorsitzenden der Kasse und den durch einen Protokollauszug über seine Erwählung zu legitimierenden Rechnungsführer der Kasse gemeinsam abgegeben.

Der Schriftführer besorgt die erforderliche Korrespondenz, führt eine Stammrolle über die Mitglieder der Kasse und deren in Betracht kommende Familienangehörige (Frauen und Kinder) und protokolliert in den Vorstandssitzungen und in den Versammlungen. Er hat dafür zu sorgen, dass die seitens der pensionsberechtigten Witwen und Waisen beizubringenden Legitimationspapiere, als Eheschliessungs-, Geburts- und Totenscheine in Abschrift oder in einem den wesentlichen Inhalt wiedergebenden Auszuge zu den Akten gelangen.

§ 8.

Von den Jahresversammlungen.

Im Januar jedes Jahres werden die Mitglieder der Kasse schriftlich zu einer Hauptversammlung berufen. In derselben erfolgt die statutenmässige Neuwahl des Rechnungsführers oder des Schriftführers und zweier Revisoren für das nächste Jahr, wird der Kassenbericht für das Vorjahr erstattet und Decharge erteilt, die Liste der Pensionsberechtigten festgestellt und die Höhe der verfügbaren Pensionen beschlossen.

Die so genehmigte Abrechnung soll dem Kuratorium der Hansa-Schule und der Oberschulbehörde mitgeteilt werden.

§ 9.

Von der Pensionsberechtigung.

Pensionsberechtigt sind die Hinterbliebenen der Kassen-Mitglieder und zwar sowohl die Witwen derselben bis zu ihrem Tode oder etwaiger Wiederverheiratung, als auch die leiblichen ehelichen Kinder der verstorbenen Lehrer bis zum vollendeten zwanzigsten Lebensjahre, und bezieht jeder Stamm von n Personen n + 1 Pensionsraten. Verheiratet sich eine pensionsberechtigte Witwe wieder, so erlischt ihr Hebungsrecht mit Ablauf des Vierteljahres, in welches die Wiederverheiratung fällt, während das der Kinder hierdurch nicht beeinträchtigt wird.

Die Anrechte der Waisen an die Kasse erlöschen mit dem vollendeten zwanzigsten Lebensjahre, oder mit der Verheiratung vor dieser Zeit, desgleichen, wenn sie durch Adoption in eine andere Familie übergehen.

Nur bei erwerbsunfähigen Kindern darf durch Beschluss der Hauptversammlung eine Zahlung von Waisengeldern auch über das zwanzigste Lebensjahr hinaus stattfinden, wenn die Anzahl der vorhandenen Berechtigten und der Umfang der verfügbaren Mittel es gestattet.

Beträgt der Unterschied zwischen dem Alter des Mannes und dem der Frau zwanzig Jahre oder mehr, so hat die Witwe keinen Anspruch auf Unterstützung, desgleichen, wenn der Mann bei seiner Verheiratung mehr als 60 Jahre alt oder emeritiert war. Die Zahlungen beginnen nach Ablauf des Gnadenquartals.

§ 10.

Von der Auszahlung der Pensionen.

In jedem Jahre kommen höchstens die Zinsen des Vorjahres nach Abzug etwaiger sonstiger Ausgaben zur Verteilung unter die Berechtigten nach Massgabe der Bestimmungen des § 9. Die Auszahlung erfolgt in halbjährlichen Raten am 1. April und 1. Oktober. Die Auszahlungen sollen erst beginnen, wenn der Kassenbestand die Summe von 2000 Mark erreicht hat.

§ 11.

Von Streitigkeiten.

Bei etwaigen Streitigkeiten über Auslegung und Anwendung der Statuten, namentlich über die Rechte und Pflichten der Mitglieder sowie ihrer Hinterbliebenen soll der Rechtsweg nicht beschritten werden. In solchen Fällen entscheidet in erster Linie der Vorstand, in zweiter die Hauptversammlung, in letzter die Oberschulbehörde.

§ 12.

Von Statutenänderung.

Anträge auf Abänderung oder Ergänzung dieser Statuten sind nur dann zur Abstimmung zu bringen, wenn sie dem Zwecke der Kasse (§ 1) nicht zuwiderlaufen, und wenn sie von wenigstens drei Mitgliedern schriftlich eingebracht sind.

Die wirkliche Abänderung oder Ergänzung der Statuten kann sodann nur erfolgen, wenn mindestens zwei Drittel aller anwesenden Mitglieder der Hauptversammlung, die unter Angabe des Zweckes drei Wochen vorher schriftlich eingeladen worden ist, sich für dieselbe erklären; ausserdem bedarf die Änderung der Genehmigung der Oberschulbehörde.

§ 13.

Von der Auflösung der Kasse.

Die Auflösung der Kasse findet nur aus Mangel an Mitgliedern bezw. Berechtigten statt. In diesem Falle soll die Oberschulbehorde ersucht werden, Bestimmungen über die Liquidation zu treffen und das vorhandene Vermögen in gleicher Weise für die Hinterbliebenn von Lehrern an hamburgischen Schulen zu verwenden.

BERGEDORF, den 15. Januar 1890.

Alexander Ziwet

HANSA-SCHULE

IN

BERGEDORF BEI HAMBURG.

VIII. PROGRAMM.

OSTERN 1891.

INHALT:

1) GRUNDZÜGE EINER RECHNENDEN GEOMETRIE DER LAGE. II. TEIL.
VON E. BUSCHE.

2) SCHULNACHRICHTEN. VON DIREKTOR DR. GROSS.

BERGEDORF BEI HAMBURG. 1891.
GEDRUCKT IN ED. WAGNERS BUCHDRUCKEREI.

1891. PROGR. NO. 719.

Grundzüge
einer rechnenden Geometrie der Lage.

Von

E. Busche.

II.

6.

Die Ebene als Punkt- und Strahlenfeld.

In dem ersten Teil dieser Arbeit habe ich auseinandergesetzt, wie man ohne Benutzung einer Längen- oder Winkeleinheit die reellen und komplexen Zahlen auf verschiedene Weise geometrisch darstellen kann; auf die geometrische Deutung von Rechnungsresultaten konnte ich nur vorübergehend hinweisen. Jetzt ist es meine Aufgabe zu zeigen, wie man mit Hilfe dieser allgemeinen Darstellungen der komplexen Zahlen zu einer von Massverhältnissen absehenden analytischen Geometrie des Raumes geführt wird, in der die komplexen Zahlen genau dieselbe Rolle spielen, wie die reellen Zahlen in der Geometrie der Ebene. Um diese Analogie deutlich hervortreten zu lassen, komme ich ganz kurz auf die Bestimmung der Strahlen und Punkte eines ebenen Systems durch reelle Koordinaten zurück.

Es seien in der Ebene zwei lineare Punktreihen *b* und *c* gegeben, die ihren Unendlichkeitspunkt *A* gemein haben, der Nullpunkt von *c* heisse *B*, der von *b* sei *C*. Der Strahl, welcher die Punkte $\mathfrak{X}$ auf *b* und $\mathfrak{Y}$ auf *c* verbindet, hat die Koordinaten $\mathfrak{X}|\mathfrak{Y}$. Die Gleichung eines Punktes *P* kann auf die Form

$$\mathfrak{s} = \mathfrak{x} \,.\, \mathfrak{X} + \mathfrak{y} \,.\, \mathfrak{Y} + 1 = 0$$

gebracht werden, wo $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ variable, $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ konstante Grössen sind, die man als Koordinaten des Punktes *P* bezeichnen kann. Lässt man $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ alle möglichen reellen Werte annehmen, so erhält man alle Punkte der Ebene, jeden einmal. Das so definierte Punktfeld ist ein lineares. Denn wenn man $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ als konstant betrachtet und $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ alle Werte durchlaufen lässt, die die Gleichung $\mathfrak{s} = 0$ befriedigen, so ist diese als die Gleichung des Strahles $\mathfrak{X}|\mathfrak{Y}$ anzusehen, und die Punkte $\mathfrak{x}|\mathfrak{y}$, die auf dem Strahl liegen, sind alle in der Form $\mathfrak{x}_0 + \mathfrak{t}\,(\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_0) \mid \mathfrak{y}_0 + \mathfrak{t}\,(\mathfrak{y}_1 - \mathfrak{y}_0)$ enthalten, wo $\mathfrak{x}_0|\mathfrak{y}_0$ und $\mathfrak{x}_1|\mathfrak{y}_1$ zwei Punkte des Strahles sind und $\mathfrak{t}$ alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$ durchläuft. Die Unendlichkeitsaxe des linearen Punktfeldes fällt mit *BC*, der Nullpunkt mit *A* zusammen. Ein solches System von Punkt- und Strahlenkoordinaten ist durch 4 Punkte oder 4 Strahlen bestimmt, z. B. durch das Dreieck *ABC* und einen nicht auf einer Seite desselben gelegenen Punkt, als dessen Koordinaten man zwei beliebige endliche, von Null verschiedene Zahlen annimmt, oder durch *ABC* und einen beliebigen nicht durch einen Eckpunkt von *ABC* gehenden Strahl, dessen im übrigen beliebige Koordinaten beide endlich und von Null verschieden sind. Dieses Koordinatensystem ist also, ebenso wie das von Herrn *Fiedler* in dessen Bearbeitung der *Salmon*schen Kegelschnitte benutzte System der projektivischen Koordinaten, durch 4 von einander unabhängige Bestimmungsstücke definiert. Man kann die Koordinaten homogen machen durch Hinzufügen eines Nenners, mit dem man die Gleichungen multipliziert.

Die Strecke *PQ*, welche, ohne dass die Unendlichkeitsaxe überschritten wird, von $P = \mathfrak{x}_1|\mathfrak{y}_1$ nach $Q = \mathfrak{x}_2|\mathfrak{y}_2$ sich erstreckt, wird definiert durch die Gleichung

$$PQ = +\sqrt{(\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1)^2 + (\mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1)^2}.$$

Ebenso ist der Winkel *pq*, den ein Strahl von *p* nach *q* um den Schnittpunkt dieser Strahlen sich drehend beschreibt, ohne den Unendlichkeitspunkt *A* zu treffen, bestimmt durch die Gleichung

$$pq = +\sqrt{(\mathfrak{X}_2 - \mathfrak{X}_1)^2 + (\mathfrak{Y}_2 - \mathfrak{Y}_1)^2},$$

wenn p und q die Koordinaten $\mathfrak{X}_1$, $\mathfrak{Y}_1$ bezw. $\mathfrak{X}_2$, $\mathfrak{Y}_2$ haben. Es ist $PQ = -QP$, $pq = -qp$. Strecken derselben Geraden und Winkel desselben Punktes, und nur solche, sind addierbar, wenn sie an einander grenzen. Denn wenn

$$\mathfrak{x}_3 = \mathfrak{x}_1 + \mathfrak{t}(\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1), \; \mathfrak{y}_3 = \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{t}(\mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1)$$

ist, so ist $\sqrt{(\mathfrak{x}_3-\mathfrak{x}_1)^2+(\mathfrak{y}_3-\mathfrak{y}_1)^2} = \mathfrak{t}\sqrt{(\mathfrak{x}_2-\mathfrak{x}_1)^2+(\mathfrak{y}_2-\mathfrak{y}_1)^2} = \sqrt{(\mathfrak{x}_2-\mathfrak{x}_1)^2+(\mathfrak{y}_2-\mathfrak{y}_1)^2} + \sqrt{(\mathfrak{x}_3-\mathfrak{x}_2)^2+(\mathfrak{y}_3-\mathfrak{y}_2)^2}$, da $\mathfrak{x}_3 - \mathfrak{x}_2 = (\mathfrak{t}-1)(\mathfrak{x}_2 - \mathfrak{x}_1)$, $\mathfrak{y}_3 - \mathfrak{y}_2 = (\mathfrak{t}-1)(\mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1)$ ist.

Die Strecke PQ wird in R nach dem Verhältnis λ geteilt, wenn $PQ : QR = \lambda$ und λ eine beliebige reelle Zahl ist. Der Punkt R hat die Koordinaten $\frac{\mathfrak{x}_1 - \lambda\mathfrak{x}_2}{1-\lambda}$, $\frac{\mathfrak{y}_1 - \lambda\mathfrak{y}_2}{1-\lambda}$. Das Analoge gilt von dem Strahl r, der den Winkel pq nach dem Verhältnis λ teilt. Hierdurch ist auch das Doppelverhältnis definiert, nach welchem eine Strecke durch 2 Punkte ihrer Geraden oder ein Winkel durch 2 Strahlen seines Punktes geteilt wird; die 4 Elemente sind harmonische, wenn das Doppelverhältnis gleich -1 ist.

Eine Gleichung $F(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}) = 0$ vom $\mathfrak{n}$. Grade ist die Gleichung einer Kurve $\mathfrak{n}$. Ordnung, $F(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}) = 0$ die Gleichung eines Strahlenbüschels, der eine Kurve $\mathfrak{n}$. Klasse einhüllt.

7.

Der vierdimensionale Strahlen-Punktraum.

Wenn man nun zu den komplexen Zahlen übergeht, so ist zunächst die Frage zu entscheiden, welche ihrer geometrischen Darstellungen der weiteren Untersuchung zu Grunde gelegt werden soll. Da die Darstellung dieser Zahlen durch die Punkte eines linearen Punktfeldes diejenige ist, die der allgemein bekannten *Gauss*schen Interpretation am nächsten steht, so möge von dieser ausgegangen werden. Zwei Ebenen β und γ seien die Träger der linearen Punktfelder, die Durchschnittslinie a sei ihre gemeinsame Unendlichkeitsaxe, B der Nullpunkt von γ, C der von β. Es möge auch, da diese Voraussetzung wesentliche Vorteile bietet, wieder angenommen werden, dass die beiden zusammenfallenden Unendlichkeitsaxen alle Punkte entsprechend gemein haben. Im übrigen können die beiden Punktfelder ganz unabhängig von einander gedacht werden. Nachdem die Unendlichkeitsaxe durch 3 ihrer Punkte (s. § 3, S. 14), z. B. ihren Nullpunkt A, durch den die reellen Linien, ihren Unendlichkeitspunkt A', durch den die rein imaginären Linien der beiden Punktfelder hindurchgehen, und ihren Punkt 1 festgelegt ist, kann z. B. der Nullpunkt C, bezw. B jedes Punktfeldes noch ganz beliebig ausserhalb der Unendlichkeitsaxe angenommen werden und darauf noch z. B. der Punkt 1 jedes Feldes beliebig auf der von dem Nullpunkt A der Unendlichkeitsaxe nach dem Nullpunkt des Punktfeldes hinführenden Geraden. Nach diesen Festsetzungen ist aber jeder Punkt X, bezw. Y der beiden Koordinatenebenen β und γ eindeutig der entsprechenden komplexen Zahl X, bezw. Y zugeordnet, und jeder der ∞^4 Strahlen des Raumes ist durch seine Spuren oder Koordinaten X und Y auf den Ebenen β und γ bestimmt, mit Ausnahme der ∞^3 Strahlen, die die Axe a schneiden und deren eine oder beide Koordinaten unendlich gross sind. Diese Strahlen sind auch im folgenden immer als ausgenommen zu betrachten, wenn von den ∞^4 Strahlen des Raumes die Rede ist.

Wenn x und y zwei komplexe konstante Grössen sind, deren Verhältnis eine reelle endliche Zahl ist, so ist

$$s = xX + yY + 1 = 0$$

die Gleichung eines wirklichen oder eigentlichen Punktes, denn die Koordinatenebenen werden durch eine solche Gleichung einander so zugeordnet, dass sie nicht blos kollinear, sondern auch perspektivisch sind. Einem unendlich grossen X entspricht nämlich ein unendlich grosses Y, dessen imaginärer und reeller Bestandteil dasselbe Verhältnis zu einander haben, wie der imaginäre und der reelle Bestandteil von X. Wenn x und y ein nicht reelles endliches Verhältnis haben, so ist die Gleichung die eines Strahlensystems, das mit jedem Punkt einen

Strahl gemeinsam hat, und das ich in § 5 ebenfalls als einen Punkt bezeichnet habe. Diese scheinbar willkürliche Bezeichnung ist für das folgende von der grössten Wichtigkeit und wird ihre vollständige Rechtfertigung darin finden, dass auf diese Weise dem vierdimensionalen Strahlenraum ein anschaulicher vierdimensionaler Punktraum dual gegenübergestellt wird. Die Grössen x und y heissen die Koordinaten des durch die Gleichung $s = 0$ definierten Punktes, einerlei, ob derselbe wirklich ist oder nicht. Der Umstand, dass die eigentlichen Punkte des Raumes in so einfacher Weise als besondere Fälle der hier definierten allgemeinen Punkte erscheinen, hat mich bewogen, die oben angegebene ganz besondere Lage der Unendlichkeitsaxen der Koordinatenebenen zu einander beizubehalten.

Die Koordinaten eines Punktes können geometrisch veranschaulicht werden als Strahlen, die von den Nullpunkten der Koordinatenebenen ausgehen. Für $X = 0$ ist nämlich $Y = -\frac{1}{y}$, für $Y = 0$ ist $X = -\frac{1}{x}$, sodass x als der Strahl eines Strahlenbündels mit dem Mittelpunkt B betrachtet werden kann, der den Punkt $-\frac{1}{x}$ des linearen Punktfeldes β trifft. Analog ergiebt sich das zweite Koordinatenbündel. Wenn der Punkt $x \mid y$ ein wirklicher Punkt ist, und nur dann, schneiden sich die Koordinaten.

Hier möge eine Bemerkung Platz finden, die zwar für das folgende nicht notwendig ist, die ich aber einschalten will, um Missverständnissen vorzubeugen. Ein Punkt ist, wie eben bemerkt wurde, durch 2 Strahlen bestimmt, also keineswegs ein allgemeines Strahlensystem vom Bündel- und Feldgrad 1, da ein solches bekanntlich erst durch 4 Strahlen definiert ist. Bringt man die Gleichung des Punktes auf die Form

$$Y = (\mathfrak{a} + \mathfrak{b} i)\; X + A,$$

so entspricht dem Punkt $\mathfrak{x}$ der Unendlichkeitsaxe der Punkt $\frac{\mathfrak{a}\mathfrak{x} + \mathfrak{b}}{\mathfrak{a} - \mathfrak{b}\mathfrak{x}}$. Sollen diese Punkte zusammenfallen, also $\mathfrak{x} = \frac{\mathfrak{a}\mathfrak{x} + \mathfrak{b}}{\mathfrak{a} - \mathfrak{b}\mathfrak{x}}$ sein, so muss $\mathfrak{x}$ einen der Werte $\pm i$ haben (vergl. § 5), d. h. alle uneigentlichen Punkte können betrachtet werden als Strahlensysteme vom Bündel- und Feldgrad 1, deren Axen durch 2 gegebene Punkte gehen. Ein solches System ist aber in der That schon durch 2 Strahlen bestimmt. Weil nur reelle Punkte der Unendlichkeitsaxe definiert sind, so müsste eigentlich erläutert werden, was unter den Punkten $\mathfrak{x} = \pm i$ zu verstehen ist, da aber, wie gesagt, diese ganze Erörterung ohne Belang für das Folgende ist, so kann das hier unterbleiben.

Ein Punkt ist nicht nur durch seine Koordinatenstrahlen, sondern auch durch 2 beliebige andere Strahlen bestimmt, auf denen er liegen soll, oder die zu ihm gehören sollen. Ein Punkt liegt auf einem Strahl, wenn die Koordinaten des Strahles der Gleichung des Punktes genügen. Alle Strahlen des auf $X_1 \mid Y_1$, $X_2 \mid Y_2$ liegenden Punktes haben die Koordinaten $X_1 + \lambda\,(X_2 - X_1) \mid Y_1 + \lambda\,(Y_2 - Y_1)$ bei beliebigem komplexen λ, denn diese Koordinaten genügen der Gleichung $s = 0$, wenn $X_1 \mid Y_1$ und $X_2 \mid Y_2$ sie befriedigen.

Wenn in der Gleichung $s = 0$ X, Y konstant, x, y veränderlich sind, so ist die Gleichung die des Strahles $X \mid Y$. Durch 2 Punkte $x_1 \mid y_2$ und $x_2 \mid y_2$ ist der Strahl eindeutig bestimmt, der beiden gemeinsam ist*); seine Koordinaten ergeben sich nämlich durch die Auflösung eines Systems von 2 linearen Gleichungen, gerade so wie die Koordinaten eines Punktes sich aus den Gleichungen zweier gegebenen Strahlen bestimmen, auf denen er liegen soll. Auf dem durch $x_1 \mid y_1$ und $x_2 \mid y_2$ bestimmten Strahl liegen alle Punkte mit den Koordinaten $x_1 + \lambda\,(x_2 - x_1) \mid y_1 + \lambda\,(y_2 - y_1)$.

*) Der Widerspruch mit dem Halphenschen Satz ist nur ein scheinbarer, da für 2 uneigentliche Punkte auch die Unendlichkeitsaxe ein gemeinsamer Strahl ist.

Der vierdimensionale Strahlen-Punktraum kann auch als durch das Tetraeder $AA'BC$ und einen beliebigen Strahl oder Punkt bestimmt angesehen werden.

Man kann jedem Strahl des Raumes einen Punkt zuordnen, nämlich den, dessen Koordinaten denselben Wert haben wie die des Strahles. Dann entsprechen den ∞^3 wirklichen Punkten des Raumes die Strahlen des besonderen linearen Komplexes mit der Axe BC.

Als die Strecke PQ, welche die Punkte $P = x_1 | y_1$ und $Q = x_2 | y_2$ verbindet, soll wegen der Analogie mit den für die Ebene geltenden Bestimmungen der Ausdruck

$$PQ = +\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

definiert werden, und dieselbe Funktion der Koordinaten zweier Strahlen p und q möge als der Winkel pq bezeichnet werden. Das im vorigen § über die Addierbarkeit der Strecken und Winkel und über ihre Teilung nach einem Verhältnis λ und nach einem Doppelverhältnis Gesagte überträgt sich unmittelbar auf die jetzt eingeführten Begriffe; λ ist eine beliebige komplexe Zahl. Vier harmonische Strahlen eines Punktes, deren Doppelverhältnis gleich -1 ist, haben 4 X-Koordinaten X_1, X_2, X_3, X_4, welche die Gleichung

$$\frac{X_3 - X_1}{X_3 - X_2} : \frac{X_4 - X_1}{X_4 - X_2} = -1$$

befriedigen, und dasselbe gilt von ihren Y-Koordinaten.

8.

Strahlenkomplexe und Ebenen.

Ehe ich zu der Betrachtung der quadratischen Gleichung in komplexen Strahlenkoordinaten übergehe, will ich einige Worte über die dreifach unendlichen Systeme von Geraden voranschicken, die sich aus der Betrachtung der linearen Gleichung ergeben. Auf einem Strahl $p = X_0 | Y_0$ liegen ∞^2 Punkte, da man in der Gleichung

$$x . X_0 + y . Y_0 + 1 = 0$$

des Strahles zu irgend einem beliebigen endlichen der ∞^2 Werte, welche x annehmen kann, einen Wert von y bestimmen kann. Unter diesen ∞^2 Punkten sind ∞^1 eigentliche Punkte, deren Strahlen einen besonderen linearen Komplex mit der Axe p bilden. Die Strahlen solcher ∞^1 auf p liegenden Punkte, deren Koordinaten ein Verhältnis $\rho = \mathfrak{r} . e^{\mathfrak{v}i}$ mit konstantem $\mathfrak{v}$ besitzen, bilden einen besonderen quadratischen Komplex, d. h. einen Komplex, der mit jedem eigentlichen Punkte eine Kegelfläche 2. Grades gemein hat. Denn die Gleichung eines solchen Punktes kann auf die Form

$$\frac{X}{X_0 + \rho Y_0} + \frac{\rho Y}{X_0 + \rho Y_0} = 1$$

gebracht werden; mit dem beliebigen Punkt, dessen Gleichung

$$xX + yY + 1 = 0$$

ist, hat er also den Strahl mit den Koordinaten

$$X = \frac{\rho + y\,(X_0 + \rho Y_0)}{y - \rho x}, \quad Y = \frac{-1 - x\,(X_0 + \rho Y_0)}{y - x\rho}$$

gemein. Der Punkt X durchläuft aber, wenn in $\rho = \mathfrak{r} . e^{\mathfrak{v}i}$ der Faktor $\mathfrak{r}$ alle reellen Werte annimmt, nach § 3 einen Kegelschnitt, woraus sich, wenn $x | y$ ein wirklicher Punkt ist, die Behauptung sofort ergiebt.

Die ∞^4 Strahlen des Raumes können demnach in Bezug auf einen beliebigen von ihnen in ∞^1 quadratische und einen besonderen linearen Komplex angeordnet gedacht werden. Die quadratischen Komplexe sind natürlich auch ganz spezielle quadratische Komplexe; der Strahl, von dem bei ihrer Erzeugung ausgegangen wurde, möge der Mittelstrahl eines solchen quadratischen Komplexes genannt werden. Die charakteristische Beziehung zwischen zwei

Strahlen, dass sie einen Punkt bestimmen, dessen Koordinatenverhältnis, abgesehen vom absoluten Betrage, gleich $e^{\mathfrak{v}i}$ ist, könnte zweckmässig durch ein besonderes Wort bezeichnet werden, das im folgenden jedoch entbehrlich ist. Das Schneiden ist ein besonderer Fall dieser Beziehung, der dem Wert $\mathfrak{v} = 0$ entspricht.

Eine Gleichung in Strahlenkoordinaten, die einen reellen Parameter $\mathfrak{t}$ enthält, stellt immer einen Komplex dar. Um die Gleichung eines linearen Komplexes zu finden, nehme man dieselbe vorläufig in der Form

$$\mathfrak{f}_1(\mathfrak{t})\, X + \mathfrak{f}_2(\mathfrak{t})\, Y + 1 = 0$$

an Ein beliebiger Punkt

$$x . X + y . Y + 1 = 0$$

hat mit dem Komplex die Strahlen gemein, deren Koordinaten

$$X = \frac{\mathfrak{f}_2(\mathfrak{t}) - y}{\mathfrak{f}_1(\mathfrak{t})\, y - \mathfrak{f}_2(\mathfrak{t})\, x}, \quad Y = \frac{x - \mathfrak{f}_1(\mathfrak{t})}{\mathfrak{f}_1(\mathfrak{t})\, y - \mathfrak{f}_2(\mathfrak{t})\, x}$$

sind. Damit diese Gleichungen in $\mathfrak{t}$ und X, bezw. Y linear seien, muss man

$$\mathfrak{f}_1(\mathfrak{t}) = \frac{h}{a + b\mathfrak{t}}, \quad \mathfrak{f}_2(\mathfrak{t}) = \frac{k}{a + b\mathfrak{t}}$$

setzen. Wenn $x|y$ ein eigentlicher Punkt ist, gehen die beiden so in den Koordinatenebenen bestimmten Geraden

$$X = \frac{k - y(a + b\mathfrak{t})}{hy - kx}, \quad Y = \frac{x(a + b\mathfrak{t}) - h}{hy - kx}$$

durch denselben Punkt der Unendlichkeitsaxe, da wegen des reellen Verhältnisses zwischen x und y der Koeffizient von $\mathfrak{t}$, abgesehen von einem reellen Faktor, in beiden Gleichungen derselbe ist. Der Komplex hat also mit einem eigentlichen Punkt einen ebenen Strahlenbüschel gemeinsam, er ist ein linearer Komplex. Seine Gleichung ist

$$hX + kY + a + b\mathfrak{t} = 0,$$

und er besteht demnach aus ∞^1 Punkten, die alle dasselbe Koordinatenverhältnis haben. Der Komplex ist kein allgemeiner linearer Komplex, da ja die Unendlichkeitsaxe mit zu seinen Strahlen gehört.

In dem vierdimensionalen Punkt-Strahlenraum spielt naturgemäss die Ebene keine so hervorragende Rolle wie im gewöhnlichen Punktraum, da sie nicht einem Punkte dual entspricht. Eine Ebene ist bestimmt, wenn die 3 Punkte angegeben werden, in denen sie die reellen Punktreihen der beiden Koordinatenebenen und die Unendlichkeitsaxe schneidet. Nennt man diese Punkte $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$, so sind

$$X = (1 + \mathfrak{z}i)\,\mathfrak{t} + \mathfrak{x}, \quad Y = (1 + \mathfrak{z}i)\,\mathfrak{t}' + \mathfrak{y}$$

die Spuren der Ebene auf den beiden Koordinatenebenen und diese beiden Gleichungen zusammen bestimmen die sämmtlichen Strahlen der Ebene. Zwei allgemeinere Gleichungen derselben Art mit zwei reellen Parametern $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{t}'$ bestimmen ein Strahlensystem von Bündel- und Feldgrad 1, welches zwei lineare Komplexe mit einander gemein haben. Diese Gleichungen ergeben sich unmittelbar durch Auflösung der Gleichungen der beiden Komplexe nach X und Y und sollen hier nicht weiter untersucht werden, obgleich es leicht wäre, aus denselben z. B. die Axen des Strahlensystems zu bestimmen.

Mittelst der Gleichungen der Ebene kann man sich leicht davon überzeugen, dass in jeder Ebene ein Strahl eines Punktes liegt. Setzt man nämlich die Werte von X und Y aus den Gleichungen der Ebene in die Gleichung

$$xX + yY + 1 = 0$$

des Punktes $x|y$ ein, so ergiebt sich

$$x[(1 + \mathfrak{z}i)\,\mathfrak{t} + \mathfrak{x}] + y[(1 + \mathfrak{z}i)\,\mathfrak{t}' + \mathfrak{y}] + 1 = 0,$$

und wenn man nun $x = \mathfrak{x}_1 + \mathfrak{x}_2 i$, $y = \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{y}_2 i$ setzt und das Reelle und das Imaginäre von einander trennt, so bekommt man zwei lineare Gleichungen zur Bestimmung von t und t'. Die Determinante dieser Gleichungen ist

$$(\mathfrak{x}_1 \mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1 \mathfrak{x}_2)(1 + \mathfrak{z}^2),$$

also nur dann gleich Null, wenn $\mathfrak{x}_1 : \mathfrak{x}_2 = \mathfrak{y}_1 : \mathfrak{y}_2$, d. h. wenn der Punkt ein eigentlicher Punkt ist. In diesem Falle liegt entweder gar kein Strahl des Punktes in der Ebene oder unendlich viele, letzteres dann, wenn der Punkt selbst in der Ebene liegt. Die Bedingung hierfür ist $\mathfrak{x}_1 \mathfrak{y}_2 - \mathfrak{y}_1 \mathfrak{x}_2 = 0$ und

$$(\mathfrak{x}_1^2 + \mathfrak{x}_2^2)\,\mathfrak{x}\mathfrak{z} + (\mathfrak{x}_1 \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{x}_2 \mathfrak{y}_2)\,\mathfrak{y}\mathfrak{z} + \mathfrak{x}_1 \mathfrak{z} + \mathfrak{x}_2 = 0$$

oder

$$(\mathfrak{y}_1^2 + \mathfrak{y}_2^2)\,\mathfrak{y}\mathfrak{z} + (\mathfrak{x}_1 \mathfrak{y}_1 + \mathfrak{x}_2 \mathfrak{y}_2)\,\mathfrak{x}\mathfrak{z} + \mathfrak{y}_1 \mathfrak{z} + \mathfrak{y}_2 = 0,$$

wie man leicht findet, wenn man die Bedingung dafür aufstellt, dass die beiden nicht homogenen linearen Gleichungen mit verschwindender Determinante mit einander nicht in Widerspruch stehen sollen.

Die Thatsache, dass ein eigentlicher Punkt $x|y$ in einer gegebenen Ebene liegt, lässt sich auch noch auf folgende Weise feststellen, die später benutzt werden wird. Für

$$X = \mathfrak{x} \text{ sei } Y = (1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0' + \mathfrak{y}$$

und für

$$Y = \mathfrak{y} \text{ sei } X = (1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0 + \mathfrak{x}.$$

Der Schnittpunkt dieser beiden Strahlen habe die Koordinaten x, y, so dass

$$x\mathfrak{x} + y\,[(1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0' + \mathfrak{y}] + 1 = 0$$
$$x\,[(1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0 + \mathfrak{x}] + y\mathfrak{y} + 1 = 0$$

ist. Berechnet man x und y aus diesen Gleichungen, so ergiebt sich: der eigentliche Punkt $x|y$ liegt auf der Ebene $(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z})$, wenn

$$x = \frac{-\mathfrak{t}_0'}{(1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0 \mathfrak{t}'_0 + \mathfrak{t}_0' \mathfrak{x} + \mathfrak{t}_0 \mathfrak{y}}, \quad y = \frac{-\mathfrak{t}_0}{(1 + \mathfrak{z} i)\,\mathfrak{t}_0 \mathfrak{t}_0' + \mathfrak{t}_0' \mathfrak{x} + \mathfrak{t}_0 \mathfrak{y}}$$

ist. Setzt man für $\mathfrak{t}_0$ und $\mathfrak{t}_0'$ alle reellen Zahlen, so erhält man alle eigentlichen Punkte der Ebene. Was die uneigentlichen Punkte einer Ebene anbetrifft, so ist zu bemerken, dass jede Ebene jeden uneigentlichen Punkt enthält, da von jedem solchen Punkt ein Strahl in jeder Ebene liegt.

9.

Die Gleichung zweiten Grades.

Die Formeln des letzten § sind wenig elegant. Das erklärt sich daraus, dass in ihnen reelle Parameter vorkommen. Sobald die reellen Grössen in irgend einer Weise vor den allgemeinen komplexen Zahlen ausgezeichnet werden, oder geometrisch ausgedrückt, sobald die eigentlichen Punkte des Raumes oder irgend eine andere dreifache Mannigfaltigkeit von Punkten besonders hervorgehoben werden, hören naturgemäss die Formeln auf, die Symmetrie und Eleganz der Formeln der gewöhnlichen analytischen Geometrie zu zeigen. Wenn aber die Punkte ohne Unterschied als gleichberechtigt angesehen werden und keine deutschen Buchstaben in den Formeln vorkommen, so zeigt sich die Analogie mit den Rechnungen der neueren analytischen Geometrie auf das deutlichste. Das geht so weit, dass ich mich im folgenden bei der Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades auf das allerengste an das entsprechende Kapitel (VI) der *Baltzer*schen analytischen Geometrie (Leipzig, 1882) anschliessen kann, wobei ich absichtlich eine möglichst genaue Uebereinstimmung in der Bezeichnung und selbst im Ausdruck nicht vermieden habe.

Die quadratische Form U der homogenen Koordinaten X, Y, T

$$U = aX^2 + bY^2 + cT^2 + 2fYT + 2gXT + 2hXY,$$

wo a, b, . beliebige komplexe Zahlen sind, kann nach linearen Formen der X, Y, T geordnet, geschrieben werden

$$U = pX + qY + rT,$$

wo

$$p = aX + hY + gT$$
$$q = hX + bY + fT$$
$$r = gX + fY + cT$$

ist. Die Determinante dieser linearen Funktionen, die auch als Determinante der quadratischen Form bezeichnet wird, ist

$$d = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = abc - af^2 - bg^2 - ch^2 + 2fgh.$$

Es ist auch $d = aa' + hh' + gg'$, wenn mit a', h', . . . die Adjunkten der a, h, . . . bezeichnet werden. Die Determinante soll von Null verschieden vorausgesetzt werden, so dass das Strahlensystem nicht in 2 Punkte zerfällt. Dann ist U nicht durch einen Faktor ersten Grades algebraisch teilbar und es giebt keinen Punkt, durch den unendlich viele Strahlen des Strahlensystems gehen, denn eine Gleichung 2. Grades mit 2 komplexen Variabeln kann mit einer Gleichung 1. Grades derselben Art entweder 2 oder ∞^2 Lösungen gemeinsam haben (der letztere Fall ist hier ausgeschlossen), aber niemals ∞^1 Lösungen. Aus dieser Thatsache, dass das Strahlensystem keine singulären Strahlenbüschel enthält, geht am besten hervor, dass es ein ganz besonderes Strahlensystem vom Bündelgrad 2 ist, da das allgemeine bekanntlich eine gewisse Anzahl von Strahlenbüscheln besitzt. Es verhält sich zu dem allgemeinen Strahlensystem vom Bündelgrad 2 (vom Feldgrad kann hier noch keine Rede sein) wie der Punkt zum allgemeinen Strahlensystem vom Bündel- und Feldgrad 1. Die Unendlichkeitsaxe kann als singulärer Strahl des Strahlensystems bezeichnet werden, da einem beliebigen unendlich grossen Wert von X im allgemeinen zwei davon verschiedene unendlich grosse Werte von Y entsprechen, so dass die Unendlichkeitsaxe also gleichsam unendlich oft als Strahl des Systems auftritt.*) Ähnlich so verhält sich die Unendlichkeitsaxe auch in Bezug auf einen uneigentlichen Punkt.

Wenn der Winkel der beiden Strahlen $a_1 = X_1|Y_1$ und $a_2 = X_2|Y_2$**) von dem Strahlensystem $U = 0$ in dem Strahl $X|Y$ nach dem Verhältnis $-\varepsilon$ geteilt wird, so hat man (vergl. den Schluss dieses §)

$$(1+\varepsilon) X = X_1 + \varepsilon X_2, \quad (1+\varepsilon) Y = Y_1 + \varepsilon Y_2,$$

folglich

$$(1+\varepsilon) p = p_1 + \varepsilon p_1,$$

indem man

$$p_1 = aX_1 + hY_1 + g, \text{ u. s. w. setzt.}$$

Ferner ist

$$p_1 X_2 + q_1 Y_2 + r_1 = p_2 X_1 + q_2 Y_1 + r_2$$
$$= aX_1X_2 + bY_1Y_2 + c + f(Y_1 + Y_2) + g(X_1 + X_2) + h(X_1Y_2 + X_2Y_1) = V$$

und

$$(1+\varepsilon)^2 U = U_1 + 2V\varepsilon + U_2\varepsilon^2$$

und demnach

$$U_1 + 2V\varepsilon + U_2\varepsilon^2 = 0, \text{ d. i. } U_1U_2 - V^2 + (V + U_2\varepsilon)^2 = 0$$

---

*) Wenn die homogene Funktion $aX^2 + bY^2 + 2hXY = 0$ sich in 2 lineare Faktoren mit reellen Koeffizienten zerlegen lässt, sind $2 . \infty^2$ Strahlen, die die Unendlichkeitsaxe schneiden, als zu dem Strahlensystem gehörig zu betrachten. Dieser besondere Fall ist deshalb bei den folgenden allgemeinen Betrachtungen auszuschliessen. Ich bedaure, dass es mir an Raum fehlt, um auch nur den einfachsten und besonders interessanten Fall, in dem alle Koeffizienten reell sind, hinsichtlich der Gestaltsverhältnisse des Strahlensystems zu erörtern.

**) Statt der homogenen Koordinaten gebrauche ich, ebenso wie Baltzer, wenn sie keine besonderen Vorteile gewähren, die nicht homogenen.

eine Gleichung zur Berechnung von ε. Den beiden Wurzeln ε' und ε'' der Gleichung entsprechen die Strahlen p', p'', welche der Punkt $a_1 a_2$ mit $U = 0$ gemeinsam hat, so dass

$$\frac{a_1 p'}{a_2 p'} + \frac{a_1 p''}{a_2 p''} = \frac{-2V}{U_2}; \quad \frac{a_1 p'}{a_2 p'} \cdot \frac{a_1 p''}{a_2 p''} = \frac{U_1}{U_2}.$$

Der Ausdruck $U_1 U_2 - V^2$ ist eine quadratische Funktion der X_2, Y_2, deren Determinante

$$\begin{vmatrix} U_1 a - p_1 p_1 & U_1 h - p_1 q_1 & U_1 g - p_1 r_1 \\ U_1 h - p_1 q_1 & U_1 b - q_1 q_1 & U_1 f - g_1 r_1 \\ U_1 g - p_1 r_1 & U_1 f - q_1 r_1 & U_1 c - r_1 r_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} U_1 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 & U_1 a - p_1 p_1 & U_1 h - p_1 q_1 & U_1 g - p_1 r_1 \\ q_1 & U_1 h - p_1 q_1 & U_1 b - q_1 q_1 & U_1 f - q_1 r_1 \\ r_1 & U_1 g - p_1 r_1 & U_1 f - q_1 r_1 & U_1 c - r_1 r_1 \end{vmatrix} : U_1$$

$$= \begin{vmatrix} U_1 & p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & a & h & g \\ q_1 & h & b & f \\ r_1 & g & f & c \end{vmatrix} U_1^2$$

verschwindet zufolge der Definitionen von U_1, p_1, q_1, r_1. Die letzte Umformung der Determinante ergiebt sich aus der zweiten durch Addition der mit p_1, q_1, r_1 multiplizierten 1. Kolonne zu der 2., 3., 4. Kolonne und Heraussetzen des Faktors U_1 aus den 3 letzten Kolonnen.

Unter der Bedingung $V = 0$ hat die Gleichung für ε entgegengesetzt gleiche Wurzeln, so dass die Strahlen, welche der Punkt $a_1 a_2$ und das Strahlensystem $U = 0$ gemeinsam haben, mit a_1 und a_2 in Harmonie sind. Solche Strahlen a_1 und a_2, welche mit dem Strahlensystem (d. h. mit dessen zu dem Punkt $a_1 a_2$ gehörenden Strahlen) in Harmonie sind, heissen harmonische Strahlen an dem Strahlensystem. Vermöge der Bedingung $V = 0$ gehört von den harmonischen Strahlen a_1 und a_2 einer zu einem durch U und den anderen Strahl bestimmten Punkt, welcher der *Pol* des Strahles heisst, der Strahl heisst die *Polare* des Punktes. Mit dem Strahlensystem $U = 0$ sind ein Strahl und sein Pol in Harmonie, d. h. jeder Punkt des Strahles a_1 hat mit dem Pol des a_1 den Strahl a_2 und mit $U = 0$ die Strahlen b_1 und b_2 gemein, so dass die Paare a_1, a_2 und b_1, b_2 in Harmonie sind. Wenn der Strahl a_2 zu dem Pol von a_1 gehört, d. h. wenn

$$p_1 X_2 + q_1 Y_2 + r_1 = 0, \text{ so ist } p_2 X_1 + q_2 Y_1 + r_2 = 0,$$

d. h. der Pol von a_2 enthält den Strahl a_1.

Wenn a_2 und a_3 harmonische Strahlen sind und zu dem Pol von a_1 gehören, so sind a_1 und a_2, a_1 und a_3 harmonische Strahlen, also a_1, a_2, a_3 drei harmonische Strahlen (ein harmonisches Tripel) der Art, dass der Pol je eines die beiden anderen enthält.

Wenn die Summe der linken Seiten der Gleichungen von 3 Punkten identisch gleich Null ist, so liegen die 3 Punkte auf demselben Strahl, denn die Koordinaten eines Strahles, welche 2 von den Gleichungen befriedigen, genügen auch der dritten Gleichung. Davon wird Gebrauch gemacht beim Beweise des folgenden Satzes: Wenn die Punkte $a_2 a_3$, $a_3 a_1$, $a_1 a_2$ die Polaren a'_1, a'_2, a'_3 haben, mithin die Pole der Strahlen a_2, a_3 den Strahl a'_1 gemein haben, u. s. w., so liegen die Punkte $a_1 a'_1$, $a_2 a'_2$, $a_3 a'_3$ auf demselben Strahl. Denn unter den Voraussetzungen

$$V_k = p_k X + q_k Y + r_k, \quad V_{kl} = p_k X_l + q_k Y_l + r_k = V_{lk}$$

hat a_1 den Pol $V_1 = 0$, u. s. w. Der Punkt $V_2 - \lambda V_3 = 0$, der auf dem Strahl a'_1 liegt, da dieser durch $V_2 = 0$, $V_3 = 0$ bestimmt ist, enthält den Strahl a_1, wenn

$$V_{21} + \lambda V_{31} = 0, \text{ also } \lambda = -\frac{V_{21}}{V_{31}}$$

ist. Daher hat

der Punkt $a_1 a'_1$ die Gleichung $V_{31} V_2 - V_{21} V_3 = 0$,
„ „ $a_2 a'_2$ „ „ $V_{12} V_3 - V_{32} V_1 = 0$,
„ „ $a_3 a'_3$ „ „ $V_{23} V_1 - V_{13} V_2 = 0$.

Durch Addition der 3 Gleichungen erhält man $0 = 0$, folglich liegen die 3 Punkte auf demselben Strahl. Der entsprechende Satz für Kegelschnitte ist von *Plücker* aufgestellt. (*Crelles* J. 5, p. 11).

Der Strahl $b_1 = \frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} \,\Big|\, \frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda}$ gehört zu demselben Punkt wie die Strahlen $a_1 = X_1 | Y_1$ und $a_2 = X_2 | Y_2$ und teilt ihren Winkel nach dem Verhältnis $-\lambda$. Dies ist im Anfang dieses § schon benutzt und dort, um den Gedankengang nicht zu unterbrechen, als bekannt vorausgesetzt worden. Der Beweis möge hier nachgetragen werden. Das Verhältnis ist nach der Definition des Winkels

$$\frac{a_1 b_1}{a_2 b_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} - X_1\right)^2 + \left(\frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda} - Y_1\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} - X_2\right)^2 + \left(\frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda} - Y_2\right)^2}} = \frac{\lambda \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}}{\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}} = -\lambda.$$

Derselbe Winkel $a_1 a_2$ wird durch $b_2 = \frac{X_1 + \lambda' X_2}{1+\lambda'} \,\Big|\, \frac{Y_1 + \lambda' Y_2}{1+\lambda'}$ nach dem Verhältnis $-\lambda'$ geteilt. Es ist mithin das Doppelverhältnis

$$(a_1 a_2 b_1 b_2) = \frac{a_1 b_1}{a_2 b_1} : \frac{a_1 b_2}{a_2 b_2} = \lambda : \lambda'.$$

Der Strahl b_1 hat den Pol B_1, dessen Gleichung

$$\left(a \frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} + h \frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda} + g\right) X + \left(h \frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} + b \frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda} + f\right) Y + g \frac{X_1 + \lambda X_2}{1+\lambda} + f \frac{Y_1 + \lambda Y_2}{1+\lambda} + c = 0$$

oder, wenn mit $1 + \lambda$ multipliziert wird,

$$p_1 X + q_1 Y + r_1 + \lambda \, (p_2 X + q_2 Y + r_2) = 0$$

ist. Der Pol B_1 enthält also den Strahl, auf dem der Pol A_1 von a_1 und der Pol A_2 von a_2 liegen, und der die Polare des Punktes $a_1 a_2$ ist.

Die nicht homogenen Koordinaten des Poles A_1 sind $\frac{p_1}{r_1} \Big| \frac{q_1}{r_1}$, die von A_2 sind $\frac{p_2}{r_2} \Big| \frac{q_2}{r_2}$, der Pol B_1 hat die Koordinaten $\frac{p_1 + \lambda p_2}{r_1 + \lambda r_2} \Big| \frac{q_1 + \lambda q_2}{r_1 + \lambda r_2}$. Die Strecke $A_1 A_2$ wird von B_1 nach dem Verhältnis

$$\frac{A_1 B_1}{A_2 B_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{p_1 + \lambda p_2}{r_1 + \lambda r_2} - \frac{p_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{q_1 + \lambda q_2}{r_1 + \lambda r_2} - \frac{q_1}{r_1}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{p_1 + \lambda p_2}{r_1 + \lambda r_2} - \frac{p_2}{r_2}\right)^2 + \left(\frac{q_1 + \lambda q_2}{r_1 + \lambda r_2} - \frac{q_2}{r_2}\right)^2}} = -\lambda \frac{r_2}{r_1}$$

geteilt. Ist B_2 der Pol von b_2, so findet man entsprechend

$$\frac{A_1 B_2}{A_2 B_2} = -\lambda' \frac{r_2}{r_1},$$

so dass

$$(A_1 A_2 B_1 B_2) = \frac{A_1 B_1}{A_2 B_1} : \frac{A_1 B_2}{A_2 B_2} = \lambda : \lambda' = (a_1 a_2 b_1 b_2)$$

ist. Wenn also 4 Strahlen zu demselben Punkt gehören, so liegen ihre Pole auf der Polaren des Punktes und das Doppelverhältnis der 4 Strahlen ist dem Doppelverhältnis ihrer Pole gleich.

10.

Berührungspunkte des Strahlensystems.

Auf jedem der ∞^2 Strahlen des Systems $U = 0$ liegt ein Berührungspunkt, d. h. ein Punkt, der von allen Punkten seines Strahles am genausten mit dem Strahlensystem übereinstimmt, oder zu dem 2 unmittelbar auf einander folgende oder zusammenfallende Strahlen des Systems gehören. Man kann die Gleichung eines Berührungspunktes ohne Benutzung der Differentialrechnung auf folgende Weise bestimmen. Es seien a_1 und a_2 zwei Strahlen des Systems, und der Strahl $X|Y$ gehöre zu dem Punkt $a_1 a_2$. Dann ist

$$U - a(X - X_1)(X - X_2) - b(Y - Y_1)(Y - Y_2) - 2h(X - X_1)(Y - Y_2) = 0$$

eine Gleichung ersten Grades für $X|Y$, welcher dadurch genügt wird, dass der Strahl $X|Y$ mit a_1 und mit a_2 zusammenfällt, also die Gleichung des Punktes $a_1 a_2$. Man erhält die Gleichung des Berührungspunktes auf a_1, wenn a_2 mit a_1 zusammenfällt:

$$U - a(X - X_1)^2 - b(Y - Y_1)^2 - 2h(X - X_1)(Y - Y_1) = 0$$

d. i.
$$2aXX_1 + 2bYY_1 + 2c + 2f(Y + Y_1) + 2g(X + X_1) + 2h(XY_1 + X_1 Y)$$
$$- aX_1^2 - bY_1^2 - c - 2fY_1 - 2gX_1 - 2hX_1 Y_1 = 0.$$

Da a_1 ein Strahl des Systems $U = 0$ ist, so sind die zu subtrahierenden Glieder der letzten Gleichung für sich gleich Null, und es ist mithin

$$aXX_1 + bYY_1 + c + f(Y + Y_1) + g(X + X_1) + h(XY_1 + X_1 Y) = 0$$

die gesuchte Gleichung des Berührungspunktes auf dem Strahl $X_1|Y_1$, die man auch in der Form

$$p_1 X + q_1 Y + r_1 = 0 \quad \text{oder} \quad pX_1 + qY_1 + r = 0$$

schreiben kann.

Wenn der Strahl $X|Y$ gegeben ist, so wird für einen ihn enthaltenden Berührungspunkt der Berührungsstrahl a_1 durch das System

$$U_1 = 0, \; pX_1 + qY_1 + r = 0$$

bestimmt. Der Berührungsstrahl gehört also zu dem Punkt $pX_1 + qY_1 + r = 0$, dem Pol des Strahles $X|Y$.

Auch vermittelst der Gleichung des vorigen §

$$U_1 U_2 - V^2 + (V + U_2 \varepsilon)^2 = 0$$

kann man die Berührungspunkte finden. Unter der Bedingung $U_1 U_2 - V^2 = 0$ hat diese Gleichung für ε gleiche Wurzeln, die sich aus der Gleichung $V + U_2 \varepsilon = 0$ oder aus der wegen $U_1 U_2 - V^2 = 0$ damit gleichbedeutenden Gleichung $U_1 + V\varepsilon = 0$ bestimmen. Die gemeinschaftlichen Strahlen des Punktes $a_1 a_2$ und des Strahlensystems $U = 0$ fallen zusammen, der Punkt $a_1 a_2$ ist ein Berührungspunkt, dessen Berührungsstrahl durch $V + U_2 \varepsilon = 0$ bestimmt wird.

Wenn der Strahl a_1 gegeben und der Punkt $a_1 a_2$ ein Berührungspunkt des Strahlensystems $U = 0$ ist, so ist $U_1 U_2 - V^2 = 0$, d. h. der Strahl a_2 gehört zu einem reduciblen System, bestehend aus 2 Punkten des Strahles a_1, da die Determinante von $U_1 U_2 - V^2$, wie im vorigen § bewiesen wurde, verschwindet.

Jetzt werde ich, der Ausdrucksweise der ebenen analytischen Geometrie folgend, von dem Strahlensystem $U = 0$ sagen, dass es eine Kurve einhüllt, deren Punkte die Berührungspunkte auf den Strahlen des Systems sind; die letzteren können also auch als die Tangenten der Kurve bezeichnet werden. Da durch jeden Punkt 2 Strahlen des Systems oder 2 Tangenten der Kurve gehen, so ist die Kurve von der 2. Klasse. Da ferner eben gezeigt worden ist, dass auf jedem Strahl des Raumes 2 Berührungspunkte liegen, so ist die Kurve auch als von der 2. Ordnung zu bezeichnen, sie möge also kurz eine Kurve 2. Grades genannt werden und ebenso das Strahlensystem ein Strahlensystem 2. Grades. Die Kurve hat, gerade wie ein Strahl, ∞^2 Punkte, von denen, wie später gezeigt werden soll, ∞^1 eigentliche Punkte sind,

Nach diesen Festsetzungen komme ich wieder auf die Gleichung $U_1 U_2 - V^2 = 0$ zurück, die den Anlass dazu gegeben hat. Wenn der Strahl a_2 zu dem System $U = 0$ gehört, also $U_2 = 0$ ist, so ist auch $V = 0$: Die beiden Berührungsstrahlen der Punkte, welche a_1 mit der Kurve gemein hat, gehören zu dem Pol von a_1. Wenn a_1 selbst zu dem System $U = 0$ gehört, wenn also $U_1 = 0$ ist, so fallen die beiden Berührungspunkte $U_1 U_2 - V^2 = 0$ auf den Pol $V = 0$ des Strahles a_1: der Pol eines Strahles von $U = 0$ ist der Berührungspunkt auf dem Strahl.

11.

Die Gleichung der Enveloppe des Strahlensystems 2. Grades.

In Bezug auf das System $U = 0$ hat der Punkt mit den homogenen Koordinaten x, y, t, dessen Gleichung
$$xX + yY + t = 0$$
ist, die Polare $a_1 = X_1 | Y_1$, welche durch die Proportion
$$p_1 : q_1 : r_1 = x : y : t$$
bestimmt ist. Wenn nun der Punkt ein Berührungspunkt von $U = 0$ ist, so ist er der Pol des Strahles a_1 von $U = 0$, auf dem er liegt. Es ist also
$$p_1 + \lambda x = 0, \quad q_1 + \lambda y = 0, \quad r_1 + \lambda t = 0,$$
$$xX_1 + yY_1 + t = 0.$$
Mithin ist
$$\begin{vmatrix} a & h & g & x \\ h & b & f & y \\ g & f & c & t \\ x & y & t & 0 \end{vmatrix} = 0,$$
denn wenn man die mit Y_1 multiplizierte 2. Kolonne und die 3. Kolonne zu der mit X_1 multiplizierten 1. Kolonne addiert, so gehen ihre Elemente in $p_1, q_1, r_1, 0$, also in $-\lambda x, -\lambda y, -\lambda t, 0$ über und werden folglich den Elementen der 4. Kolonne proportional.

Die Determinante ist eine Form 2. Grades der Elemente x, y, t des Randes, entwickelt man sie nach dem in *Baltzers* Determinantentheorie, § 5,5, angegebenen Verfahren, so ergiebt sich
$$u' = a'x^2 + b'y^2 + c't^2 + 2f'yt + 2g'xt + 2h'xy = 0,$$
wo $a', b', \ldots$, wie oben erwähnt, die Adjunkten von $a, b, \ldots$ sind. Diese Gleichung ist also die Gleichung der Enveloppe des Systems $U = 0$, einer Kurve 2. Ordnung.

Alles, was über das Strahlensystem $U = 0$ ausgesagt ist, kann mit den dual entsprechenden Änderungen wörtlich für die Kurve $u' = 0$ wiederholt werden.

12.

Räumliche Analoga zu dem Pascal-Brianchonschen Satze und dem Satze von Desargues.

Von den Eigenschaften der Kegelschnitte, die sich unmittelbar auf das Strahlensystem 2. Grades übertragen, möge noch der *Brianchon*sche Satz erwähnt werden, der dem *Pascal*schen Satz über das einem Kegelschnitt eingeschriebene Sechseck dual gegenübersteht.

Das Strahlensystem $U = 0$ ist durch 5 beliebig angenommene Strahlen bestimmt, da seine Gleichung 6 Koeffizienten hat; durch 4 Strahlen giebt es also noch unendlich viele Strahlensysteme. Es seien nun 4 Strahlen bestimmt als gemeinschaftliche Strahlen je zweier von 4 gegebenen Punkten mit den Gleichungen
$$M = 0, \quad N = 0, \quad P = 0, \quad Q = 0,$$
wo M, N, P, Q lineare Formen der homogenen Koordinaten X, Y, T sind, und zwar möge

durch $M = 0$, $P = 0$ der Strahl a_0,
„ $M = 0$, $Q = 0$ „ „ a_1,
„ $N = 0$, $P = 0$ „ „ a_3,
„ $N = 0$, $Q = 0$ „ „ a_4

bestimmt sein. Dann ist

$$M = 0 \text{ der Punkt } a_0 a_1,$$
$$N = 0 \quad ,, \quad ,, \quad a_3 a_4,$$
$$P = 0 \quad ,, \quad ,, \quad a_0 a_5,$$
$$Q = 0 \quad ,, \quad ,, \quad a_1 a_4$$

und
$$MN + \lambda PQ = 0$$
bei beliebigem λ ein Strahlensystem 2. Grades, welches die 4 gegebenen Strahlen enthält. Sind ferner μ und ν 2 andere komplexe Zahlen, so enthält das System auch den durch die Punkte
$$N = \mu P, \quad \mu M + \lambda Q = 0$$
bestimmten Strahl a_2, der der gemeinsame Strahl der Punkte $a_3 a_2$ und $a_1 a_2$ ist, und endlich den durch die Punkte
$$N = \nu Q, \quad \nu M + \lambda P = 0$$
bestimmten Strahl a_5, der der gemeinsame Strahl der Punkte $a_4 a_5$ und $a_0 a_5$ ist.

Nun ist identisch
$$\nu(\mu M + \lambda Q) + \lambda(N - \nu Q) = \lambda(N - \mu P) + \mu(\nu M + \lambda P) = \mu\nu M + \lambda N.$$
Also enthält der Punkt $\mu\nu M + \lambda N = 0$ ausser dem Strahl

$M = 0$, $N = 0$, der durch die Punkte $a_0 a_1$ und $a_3 a_4$ bestimmt wird, sowohl den Strahl

$\mu M + \lambda Q = 0$, $N - \nu Q = 0$, der durch die Punkte $a_1 a_2$ und $a_4 a_5$ bestimmt wird, als auch den Strahl

$N - \mu P = 0$, $\nu M + \lambda P = 0$, der durch die Punkte $a_2 a_3$ und $a_5 a_0$ bestimmt wird.

So erhält man den *Brianchon*schen Satz: Je 2 auf einander folgende von 6 in gewisser Reihenfolge genommenen Strahlen eines Strahlensystems 2. Grades bestimmen einen Punkt; *die 3 gemeinsamen Strahlen von je 2 gegenüberliegenden dieser Punkte gehören zu demselben Punkt.*

Dual entsprechend leitet man den *Pascal*schen Satz ab: Je 2 auf einander folgende von 6 in gewisser Reihenfolge genommenen Punkten einer Kurve 2. Grades bestimmen einen Strahl; *die 3 durch je 2 gegenüberliegende Strahlen bestimmten Punkte liegen auf demselben Strahl.*

Auch der Satz von *Desargues* wird ohne Schwierigkeit auf das Strahlensystem 2. Grades übertragen. Die Strahlensysteme $U = 0$, $V = 0$, $U + \lambda V = 0$, die für jeden Wert von λ die 4 Strahlen enthalten, die durch $U = 0$, $V = 0$ bestimmt werden, mögen mit einem beliebigen Punkte die Strahlen a_1 und a_2, b_1 und b_2, c_1 und c_2 gemein haben. V ist hier eine von U ganz unabhängige Form 2. Grades der Koordinaten X, Y eines Strahles. Werden die Koordinaten der zu $U + \lambda V = 0$ gehörenden Strahlen c_1 und c_2 mit $X_1 | Y_1$, bezw. $X_2 | Y_2$ bezeichnet, so ist
$$\begin{matrix} U_1 + \lambda V_1 = 0 \\ U_2 + \lambda V_2 = 0 \end{matrix}, \quad \text{folglich } \frac{U_1}{U_2} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Nach § 9 ist nun, wenn c_1, c_2 als die dort mit a_1, a_2 bezeichneten Strahlen und erstens a_1 und a_2, zweitens b_1 und b_2 als die dort mit p' und p'' bezeichneten Strahlen genommen werden,
$$\frac{c_1 a_1}{c_2 a_1} \cdot \frac{c_1 a_2}{c_2 a_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad \frac{c_1 b_1}{c_2 b_1} \cdot \frac{c_1 b_2}{c_2 b_2} = \frac{V_1}{V_2},$$
folglich
$$(c_1 c_2 a_1 b_1) = (c_1 c_2 b_2 a_2)$$
oder
$$(a_1 b_1 c_1 c_2) = (b_2 a_2 c_1 c_2) = (a_2 b_2 c_2 c_1).$$

Diese Doppelverhältnisgleichung sagt aber aus, dass die Strahlen $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ sich in Involution befinden. und damit ist das Analogon des *Desargues*schen Satzes bewiesen: *Die Paare von Strahlen eines Punktes, welche Strahlen eines durch 4 Strahlen bestimmten Büschels von Strahlensystemen 2. Grades sind, sind in Involution.*

Von einem Büschel von räumlichen Kurven 2. Grades gilt der dual entsprechende Satz.

13.

Die eigentlichen Punkte der Enveloppe des Strahlensystems 2. Grades.

In den letzten §§ hat sich zur Genüge gezeigt, dass in der That die Methoden der auf reelle Grössen beschränkten analytischen Geometrie der Ebene unmittelbar für die Geometrie des anschaulichen vierdimensionalen Strahlen-Punktraumes anwendbar bleiben, wenn man sich der komplexen Zahlen bedient. Den meisten Sätzen der ebenen Geometrie entspricht ein Satz der Geometrie des vierdimensionalen Strahlen-Punktraumes. Es würde also überflüssig sein, wenn ich noch länger bei der Übertragung der planimetrischen Sätze auf den hier benutzten Raum verweilen wollte; ich will daher nur noch einige Eigenschaften der wirklichen Punkte des Raumes in Bezug auf das Strahlensystem 2. Grades untersuchen. Zunächst sollen alle Strahlen aufgesucht werden, deren Pole eigentliche Punkte sind.

Die Gleichung des Poles von $a_1 = X_1 | Y_1$ lautet

$$(aX_1 + hY_1 + g)X + (hX_1 + bY_1 + f)Y + gX_1 + fY_1 + c = 0.$$

Damit dieser Punkt ein eigentlicher Punkt sei, muss

$$\frac{hX_1 + bY_1 + f}{aX_1 + hY_1 + g} = \mathfrak{t}$$

eine reelle Zahl sein. Alle Strahlen a_1, deren Koordinaten diese, oder, was dasselbe ist, die Gleichung

$$(h - a\mathfrak{t})X_1 + (b - h\mathfrak{t})Y_1 + f - g\mathfrak{t} = 0$$

für ein reelles $\mathfrak{t}$ befriedigen, haben eigentliche Punkte als Pole. Diese Strahlen bilden einen besonderen quadratischen Komplex, dessen den ∞^1 Werten von $\mathfrak{t}$ entsprechende Punkte alle auf dem Strahl $\frac{g'}{c'} \Big| \frac{f'}{c'}$ liegen, wenn $c' = ab - h^2$ von Null verschieden vorausgesetzt wird. Das ergiebt sich dadurch, dass man X_1 und Y_1 für zwei verschiedene Werte $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{t}'$ ausrechnet, wobei die angegebenen von $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{t}'$ unabhängigen Werte gefunden werden.

Da der Pol eines Strahles von $U = 0$ der auf diesem Strahl liegende Berührungspunkt ist, so findet man also insbesondere, dass diejenigen Strahlen von $U = 0$, welche einen eigentlichen Berührungspunkt besitzen, alle dem angegebenen quadratischen Komplex angehören. Diese eigentlichen Berührungspunkte sind die Punkte einer Kurve im gewöhnlichen Sinne des Wortes, von der noch die Anzahl der Punkte bestimmt werden möge, die sie mit einer Ebene gemeinsam hat, d. h. die Zahl, die man gewöhnlich als Ordnung einer Kurve bezeichnet.

Die Enveloppe hat die Gleichung

$$u' = a'x^2 + b'y^2 + c' + \ldots = 0.$$

Die wirklichen Punkte der Ebene $(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z})$ haben nach § 8 die Koordinaten

$$x = \frac{-\mathfrak{t}'_0}{(1+\mathfrak{z}i)\mathfrak{t}_0\mathfrak{t}'_0 + \mathfrak{t}_0\mathfrak{x} + \mathfrak{t}'_0\mathfrak{y}}, \quad y = \frac{-\mathfrak{t}_0}{(1+\mathfrak{z}i)\mathfrak{t}_0\mathfrak{t}'_0 + \mathfrak{t}_0\mathfrak{x} + \mathfrak{t}'_0\mathfrak{y}}$$

oder, wenn im Zähler und Nenner durch $\mathfrak{t}_0\mathfrak{t}'_0$ dividiert wird — was erlaubt ist, da der Fall $\mathfrak{t}_0\mathfrak{t}'_0 = 0$ leicht besonders erledigt werden könnte — und $\frac{1}{\mathfrak{t}_0} = \mathfrak{r}$, $\frac{1}{\mathfrak{t}'_0} = \mathfrak{r}'$ gesetzt wird,

$$x = \frac{-\mathfrak{r}'}{(1+\mathfrak{z}i) + \mathfrak{r}'\mathfrak{x} + \mathfrak{r}\mathfrak{y}}, \quad y = \frac{-\mathfrak{r}}{(1+\mathfrak{z}i) + \mathfrak{r}'\mathfrak{x} + \mathfrak{r}\mathfrak{y}}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in $u' = 0$ ein, multipliziert mit dem Generalnenner und trennt das Reelle und das Imaginäre von einander, so ergeben sich zwei Gleichungen 2. Grades für $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{r}'$, so dass man 4 Werte für $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{r}'$ bekommt, denen, wenn sie reell sind, 4 eigentliche Punkte der Enveloppe entsprechen, die in der Ebene $(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z})$ liegen. Die eigentliche Kurve, auf der die wirklichen Berührungspunkte eines Strahlensystems 2. Grades liegen, ist also nach der gewöhnlichen Ausdrucksweise eine Raumkurve 4. Ordnung. Dass die Kurve

nämlich nicht eben ist, erkennt man daraus, dass die von ihren Tangenten gebildete Fläche nicht eine Gerade, sondern eine Kurve 4. Ordnung mit der X-Ebene gemein hat. In besonderen Fällen kann die Raumkurve natürlich ausarten; wenn z. B. die Koeffizienten $a, b, \dots$ und in Folge davon auch $a', b', \dots$ alle reell sind, so ist ein Bestandteil der Kurve ein Kegelschnitt, der in der Ebene liegt, deren Spuren die reellen Punktreihen auf den Koordinatenebenen sind.

14.

Der Feldgrad des Strahlensystems 2. Grades.

Zum Schluss möge nochmals die eigentlich schon durch den im § 5 angegebenen allgemeinen Satz erledigte Frage nach der Anzahl der Strahlen des Strahlensystems $U = 0$, die in der beliebigen Ebene $(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z})$ liegen, berührt werden. Setzt man die Werte

$$X = (1 + \mathfrak{z}i)\mathfrak{t} + \mathfrak{x}, \quad Y = (1 + \mathfrak{z}i)\mathfrak{t}' + \mathfrak{y}$$

für die Koordinaten der in der Ebene $(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z})$ liegenden Strahlen in die Gleichung $U = 0$ ein und trennt das Reelle und das Imaginäre von einander, so erhält man zwei Gleichungen 2. Grades für $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{t}'$, aus denen sich 4 Strahlen ergeben würden, die in der beliebigen Ebene liegen. Dies Resultat steht scheinbar in Widerspruch mit dem angegebenen Satz, nach dem dieselbe Anzahl gleich 2 sein müsste. Dieser Widerspruch erklärt sich daraus, dass bei der Bestimmung der Anzahl der Wurzeln der beiden Gleichungen auch komplexe Werte derselben mitgezählt werden. Aus dem Beweis des Satzes im § 5 geht aber hervor, dass die Anzahl der reellen Strahlen in der Ebene im allgemeinen sicher nicht grösser als 2 sein wird. Das wird durch die folgende Überlegung vielleicht noch deutlicher werden. Die beiden zu einem beliebigen Wert Y_1 von Y gehörigen Werte von X seien X_1 und X_2. Legt man dann durch Y_1 und X_1 eine Ebene α, so geht dieselbe im allgemeinen nicht durch X_2. Lässt man nun X alle Werte durchlaufen, die auf der Schnittlinie der Ebene α mit der X-Ebene liegen, so beschreiben die dazu gehörigen Werte von Y einen Kegelschnitt in der Y-Ebene, der von α in 2 Punkten getroffen wird. Einer dieser Punkte ist Y_1, der andere sei Y'. Die in α liegenden Strahlen von $U = 0$ gehen dann sicher durch Y_1 und Y', und wenn, was ja im allgemeinen der Fall sein wird, α nicht durch X_2 geht, so liegt von den beiden durch Y_1 gehenden Strahlen nur der eine, nämlich $X_1 | Y_1$, in α. Dann kann aber auch durch Y' nur ein in α liegender Strahl gehen, da sonst das oben benutzte Gleichungssystem 3 reelle Wurzeln hätte, was wegen der reellen Koeffizienten der Gleichungen nicht möglich ist. Hieraus geht hervor, dass in einer beliebigen Ebene im allgemeinen 2 Strahlen von $U = 0$ liegen oder gar keiner; das letztere dann, wenn die Ebene den ihrer Spur in der X-Ebene entsprechenden Kegelschnitt in der Y-Ebene nicht schneidet.

Wenn die Ebene α so gelegt wäre, dass sie durch X_2 geht, so gehen durch Y_1 allein schon 2 in α liegende Strahlen, falls dann ein Punkt Y' existierte, würden in α in der That 4 Strahlen liegen. Aus dem Prinzip von der Erhaltung der Anzahl des Herrn *Schubert,* welches allerdings nicht ein geometrisches, sondern ein algebraisches Prinzip ist, könnte man, wenn es hier anwendbar wäre, folgern, dass bei dieser besonderen Lage der Ebene ein Punkt Y' nicht existiert, so dass der Kegelschnitt in der Y-Ebene von der Spur von α in Y_1 berührt würde oder in eine durch Y_1 gehende doppelt zu nehmende Gerade degenerierte. Durch eine genaue Diskussion der erwähnten quadratischen Gleichungen liesse sich natürlich die Frage endgültig entscheiden, indem man $U = 0$ als vom Feldgrad 2 bezeichnen würde, wenn die 4 Wurzelpaare $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{t}'$ niemals alle reell sein könnten. Wegen ihrer Weitläufigkeit und weil sie doch nicht von grosser Bedeutung für die hier behandelte Theorie des Strahlensystems ist, unterlasse ich diese Untersuchung.

Jedenfalls hat sich aus dem eben Gesagten ergeben, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen Bündelgrad und Feldgrad des Strahlensystems $U = 0$ besteht. Durch jeden Punkt gehen 2 reale Strahlen, die zusammenfallen, wenn der Punkt ein Berührungspunkt ist, dagegen liegen nicht in jeder Ebene 2 reale Strahlen. Punkte, durch welche unendlich viele Strahlen

gehen, kommen nicht vor,*) wenn die Determinante nicht verschwindet, dagegen kann es Ebenen geben, in denen unendlich viele Strahlen liegen. Es zeigt sich, was von Anfang an zu erwarten war, dass die Ebene in dem hier betrachteten vierdimensionalen Punkt-Strahlenraum ein dem Punkt nicht gleichberechtigtes Element ist. Ein Strahlensystem ist in diesem Raume nicht durch Bündel- und Feldgrad, sondern durch Klasse und Ordnung seiner Enveloppe charakterisiert, wozu, wenn der Grad der Gleichung grösser als 2 ist, noch die Anzahl der fehlenden Doppelpunkte der Enveloppe tritt.

Gerade so gut aber, wie dem Strahl der allgemeine Punkt gegenübergestellt worden ist, kann man, wenn die komplexen Zahlen statt durch die Punkte einer Ebene durch die Ebenen eines Punktes repräsentiert werden, den ∞^4 Strahlen des Raumes ∞^4 besondere Strahlensysteme vom Bündel- und Feldgrad 1 zuordnen, die die Ebene in derselben Weise als besonderen Fall enthalten wie der allgemeine Punkt den eigentlichen Punkt. Bezeichnet man diese Strahlensysteme der Kürze wegen als Ebenen, so lassen sich alle in den §§ 7 bis 14 angestellten Untersuchungen beinahe wörtlich wiederholen, wenn man nur an die Stelle des Wortes „Punkt“ das Wort „Ebene“ setzt, und umgekehrt.

*) Vergl. jedoch die 1. Anmerkung auf S. 11.

Schulnachrichten.

I. Die allgemeine Lehrverfassung der Schule.

1. Übersicht über die einzelnen Lehrgegenstände und die für jeden bestimmte Stundenzahl.

	Vorschule			Zusammen	Realprogymnasium							Zusammen
	3. El.-Kl.	2. El.-Kl.	1. El.-Kl.		VI.	V.	IV.	III,2.	III,1.	II,2.	II,1.	
Religion	$^{4}/_{2}$	2	2	6	2	2	2	2	2	2	2	14
Deutsch	8 Schreibl. $^{6}/_{2}$ Ansch.	6 1+2 Ansch.	6+ 2 Lesen 2 Ansch.	30	4	3	3	3	3	3	3	22
Lateinisch	—	—	—	—	8	7	6	6	6	5	5	43
Französisch	—	—	—	—	—	5	5	4	4	4	4	26
Englisch	—	—	—	—	—	—	—	4	4	4	4	16
Geschichte	—	—	—	—	1	1	2	2	2	2	2	12
Geographie resp. Heimatkunde	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	14
Naturgeschichte	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Chemie u. Mineralogie	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	6
Mathematik	—	—	—	—	—	—	2	5	4	4	4	19
Rechnen	$^{6}/_{2}$	5	6	14	5	4	2	1	—	—	—	12
Schreiben	S. Deutsch	4	4	8	2	2	2	—	—	—	—	6
Zeichnen	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Singen	2	2	2	6	2	2	2	—	—	—	—	6*)
Turnen	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14
Zusammen	18	22	26	66	32	34	34	35	35	36	36	242

*) Ausserdem wurden die stimmbegabten Schüler aller Klassen des Realprogymnasiums wöchentlich 1 Stunde im Chorsingen geübt.

2. Übersicht über die Verteilung der Stunden unter die Lehrer.

a) Von Ostern bis Michaelis 1890.

	Lehrer.	Ordinarius.	Vorschule			Realprogymnasium							Zusammen.
			3. El.-Kl.	2. El.-Kl.	1. El.-Kl.	VI.	V.	IV.	III,2.	III,1.	II,2.	II,1.	
1.	Dr. Gross, Direktor.										3 Deutsch 5 Latein.	3 Deutsch 5 Latein. 4 Franz.	20
2.	Dr. Busche, Oberlehrer.	II,1.							5 Math.	2 Physik 4 Math.	2 Physik 4 Math.	2 Physik 4 Math.	23
3.	Dr. Fischer, ordentlicher Lehrer.	II,2.				2 Naturg.	2 Naturg.	2 Naturg. 2 Math.	2 Naturg.	2 Naturg.	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	24
4.	Dr. Heesch, Oberlehrer.	III,1.								3 Deutsch 4 Franz. 4 Engl.	4 Franz. 4 Engl.	4 Engl.	23
5.	Gehrcke, ordentlicher Lehrer.	III,2.				2 Religion		2 Religion	2 Religion 3 Deutsch 4 Franz. 4 Engl.	2 Religion	2 Religion	2 Religion	23
6.	Düpow, wissenschaftl. Hilfslehrer.	IV.				2 Turnen (VI.–V.)		3 Deutsch 6 Latein. 2 Geogr. 2 Turnen (IV.–III,2.)	6 Latein.	6 Latein. 2 Turnen (III,1.–II,1.)			29
7.	Heims, ordentlicher Lehrer.	V.				2 Geogr.	2 Religion 3 Deutsch 5 Franz. 1 Gesch. 2 Geogr.	5 Franz 2 Gesch.		2 Gesch. 2 Geogr			26
8.	Kertelhein, ordentlicher Lehrer.	VI.				4 Deutsch 8 Latein. 1 Gesch.	7 Latein.		2 Gesch. 2 Geogr.		2 Gesch.	2 Gesch.	28
9.	Schinkel, Vorschullehrer.	1. El.-Kl.			2 Religion 8 Deutsch 6 Rechn.	5 Rechn. 2 Schreib.	4 Rechn.	2 Rechn.	1 Rechn.				30
10.	Schütte, Vorschullehrer.	2. El.-Kl.		2 Religion 6 Deutsch 1 Ansch. 5 Rechn.		2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichnen (II,2.–II,1.)		30
11.	Hocke, Hilfslehrer.	3. El.-Kl.	2 Religion 8 Schreibl. 3 Ansch. 3 Rechn. 2 Singen (3.–2. El.-Kl.)	2 Ansch. (2.–1. El.-Kl.) 4 Schreiben (2.–1. El.-Kl.)	2Heimatk. 2 Singen (1. El.-Kl.–VI.)		2 Singen (V.–IV.)						30 + 1 Chorsingen.

b) Von Michaelis 1890 bis Ostern 1891.

	Lehrer.	Ordinarius.	Vorschule			Realprogymnasium							Zusammen.
			3. El.-Kl.	2. El.-Kl.	1. El.-Kl.	VI.	V.	IV.	$III_{,2}$.	$III_{,1}$.	$II_{,2}$.	$II_{,1}$.	
1.	**Dr. Gross,** Direktor.											3 Deutsch 5 Latein. 4 Franz.	12
2.	**Dr. Busche,** Oberlehrer.	$II_{,1}$.							5 Math.	2 Physik 4 Math.	2 Physik 4 Math.	2 Physik 4 Math.	23
3.	**Dr. Schenk,** Oberlehrer.	$II_{,2}$.								6 Latein. 2 Gesch.	3 Deutsch 5 Latein. 2 Gesch.	2 Gesch.	20
4.	**Dr. Heesch,** Oberlehrer.	$III_{,1}$.								3 Deutsch 4 Franz. 4 Engl.	4 Franz. 4 Engl.	4 Engl.	23
5.	**Gehrcke,** ordentlicher Lehrer.	$III_{,2}$.				2 Religion		2 Religion	2 Religion 3 Deutsch 4 Franz. 4 Engl.	2 Religion	2 Religion	2 Religion	23
6.	**Düpow,** ordentlicher Lehrer.	IV.				2 Turnen		3 Deutsch 6 Latein. 2 Geogr. 2 Turnen	6 Latein.	2 Turnen			23
7.	**Heims,** ordentlicher Lehrer.	V.				2 Geogr.	2 Religion 3 Deutsch 5 Franz. 1 Gesch. 2 Geogr.	5 Franz. 2 Gesch.		2 Geogr.			24
8.	**Kertelhein,** ordentlicher Lehrer.	VI.				4 Deutsch 8 Latein. 1 Gesch.	7 Latein.		2 Gesch. 2 Geogr.				24
9.	**Dr. Fischer,** ordentlicher Lehrer.					2 Naturg.	2 Naturg.	2 Naturg. 2 Math.	2 Naturg.	2 Naturg.	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	2 Geogr. 2 Naturg. 2 Chemie	24
10.	**Schinkel,** Vorschullehrer.	1. El.-Kl.			2 Religion 8 Deutsch 6 Rechn.	5 Rechn. 2 Schreib.	4 Rechn.	2 Rechn.	1 Rechn.				30
11.	**Schütte,** Vorschullehrer.	2. El.-Kl.		2 Religion 6 Deutsch 1 Ansch. 5 Rechn.		2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Schreib. 2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichnen		30
12.	**Hocke,** Vorschullehrer.	3. El.-Kl.	2 Religion 8 Schreibl. 3 Ansch. 3 Rechn. 2 Singen	2 Ansch. 4 Schreiben	2 Heimatk. 2 Singen		2 Singen						30 + 1 Chorsingen.

Ausserdem waren im Winterhalbjahre an dem für den Turnunterricht eingerichteten Ersatzunterrichte beteiligt: Der Direktor mit 2 Stunden (1 Lat. u. 1 Franz. in $II_{,1}$), Dr. Schenk mit 2 Stunden (Lat. in $II_{,2}$), Dr. Heesch mit 1 Stunde (Franz. in $III_{,1}$), Dr. Busche mit 2 Stunden (Math. in $III_{,1}$ u. $III_{,2}$), Düpow mit 4 Stunden (Lat. in $III_{,2}$—VI), Heims mit 1 Stunde (Geschichte in V) und Kertelhein mit 1 Stunde (Latein in VI).

3. Übersicht über die im Schuljahre von Ostern 1890 bis Ostern 1891 absolvierten Lehrpensen.

A. Im Realprogymnasium:

In Obersekunda (Ordinarius: Oberlehrer Dr. Busche).

In der Religion: Lektüre des Römerbriefes und hieran anschliessend Glaubens- und Sittenlehre im Abriss. Hauptpunkte der Kirchengeschichte, besonders der Reformationsgeschichte. Repetition der 5 Hauptstücke und der ersten Hälfte der Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Übersicht über die Entwicklung der deutschen Litteratur in ihren Haupterscheinungen seit Lessing, im Anschluss an *Hopf* u. *Paulsieks* Deutsches Lesebuch II,$_2$. — Dispositionsübungen. — Alle 3 Wochen 1 Aufsatz. — 3 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Lateinischen: Repetition der lat. Grammatik nach *Ellendt-Seyffert* mit hieran anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. — Lektüre von *Caesars* de bell. civ. l. III; de bell. Gall l. V—VII sowie ausgewählter Stücke aus *Ovids* Metamorphosen. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 5 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Französischen: Repetition der franz. Grammatik nach *Ploetz* Schulgrammatik mit hieran anschliessenden mündl. u. schriftl. Übungen nach *Bertram.* System. Memorieren von Vokabeln und Phrasen nach *Ploetz* Voc. syst. — Lektüre ausgewählter Stücke aus *Herrigs* la France litt. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Gross.*

Im Englischen: Repetition der engl. Grammatik nach *Gesenius* II mit hieran anschliessenden mündl. und schriftl. Übungen nach *Gesenius* Übungsbuch. — Systematisches Memorieren von Vokabeln und Anglizismen nach *Ploetz* Voc. — Lektüre ausgewählter Stücke aus *Herrigs* The British Classical Authors. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Geschichte des Mittelalters. Repetition einzelner Abschnitte aus dem Gesamtgebiete der Geschichte nach *Herbst,* Hilfsbuch. — 2 Stunden. — Im Sommer *Kertelhein,* im Winter *Dr. Schenk.*

In der Geographie: Die aussereuropäischen Erdteile und Europa (II. Teil) mit besonderer Hervorhebung der Verkehrsverhältnisse nach *Seydlitz* Schulgeographie. Kartenskizzen. Einzelne Kapitel aus der allgem. Geographie im Anschluss an die Länderkunde. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Kryptogamen. Repetition der Phanerogamen. Geschichte der Botanik im Abriss.

Im Winter: Mineralogie. Die wichtigsten Organsysteme animalischer Lebewesen in vergleichender Übersicht. Abriss der Geschichte der Zoologie. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Chemie: Die wichtigsten Metalle und deren Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung der Mineralien, in denen sie sich finden, nach *Rüdorffs* Grundriss. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Optik und Mechanik. — Mathematische Geographie. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Stereometrie und sphärische Trigonometrie nach *Bahnson* II. Elemente der darstellenden Geometrie. Gleichungen 2. Grades mit mehreren Unbekannten; arithmetische und geometrische Progressionen; Zinses-Zins- und Rentenrechnung; Kettenbrüche, nach *Heis* Arithmetik. — Diophantische Gleichungen; Gleichungen 3. Grades. — Alle 2 Wochen eine Arbeit meist geometrischen Inhalts. Daneben Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen (kombiniert mit Untersekunda): Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach einfachen figürlichen Gypsmodellen und lebenden Pflanzen in geeigneter Ausführung. Elemente der Farbenlehre. Ausführung einfacher Aufgaben aus der darstellenden Geometrie. Perspektive und Schattenkonstruktion. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Untersekunda (Ordinarius: Im Sommer: Dr. Fischer, im Winter: Oberlehrer Dr. Schenk).

In der Religion: Bibelkunde des Neuen Testaments mit näherem Eingehen auf die heilsgeschichtlich wichtigen Stellen. Lektüre der Apostelgeschichte und einzelner Teile des Römer- und Galaterbriefes. Repetition der 5 Hauptstücke und der anderen Hälfte der Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Übersicht über die Entwicklung der deutschen Litteratur in ihren Haupterscheinungen bis Lessing, im Anschluss an *Hopf* und *Paulsiek,* Lesebuch $II,_2$. Dispositionsübungen. Alle 3 Wochen 1 Aufsatz. — Im Sommer: *Dr. Gross,* im Winter: *Dr. Schenk.*

Im Lateinischen: Abschluss der lateinischen Syntax in ihren Hauptregeln nach *Ellendt-Seyffert* mit hieran anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. — Lektüre von *Caes.* d. b. G. l. V—VII. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 5 Stunden. — Im Sommer: *Dr. Gross,* im Winter: *Dr. Schenk.*

Im Französischen: Abschluss der französischen Syntax nach *Ploetz* Schulgrammatik mit hieran anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. — System. Memorieren von Vokabeln und Gallizismen nach *Ploetz* Voc. syst. — Ausgewählte Stücke aus *Herrig*s La France littéraire. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Englischen: Gesenius Engl. Gramm. § 130—266 mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Syst. Memorieren von Vokabeln und Anglizismen nach *Ploetz* Voc. — Lektüre aus *Herrig*s First Engl. Read. Book. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Alte Geschichte nach *Herbst,* Hilfsbuch. Repetition der deutschen Geschichte nach *Müller,* Leitfaden. — 2 Stunden. — Im Sommer: *Kertelhein,* im Winter: *Dr. Schenk.*

In der Geographie: Europa (I. Teil) und Deutschland mit besonderer Hervorhebung der Verkehrsverhältnisse nach *Seydlitz* Schulgeographie. Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Beschreibung von Gymnospermen und technisch wichtigen Pflanzen. Zusammenfassende Übersicht aller Pflanzenfamilien mit Berücksichtigung der geographischen und paläontologischen Verhältnisse.

Im Winter: Repetition der Wirbellosen. Anatomie und Physiologie des Menschen in den Grundzügen. Das Hauptsächlichste aus der Naturgeschichte des Menschengeschlechts. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Chemie: Die wichtigsten Metalloide und ihre Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der Mineralien, in denen sie sich finden, und deren technische Verwendung nach *Rüdorff,* Grundriss. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Elektrodynamik, Akustik, das Wichtigste aus der Optik und mathematischen Geographie. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Trigonometrie nach *Bahnson* II. Anwendung der Algebra auf die Geometrie, Transversalen, Ähnlichkeitspunkte etc. nach *Bahnson* I. Logarithmen, Exponentialgleichungen, Gleichungen 2. Grades mit einer Unbekannten nach *Heis* Aufgabensammlung. — Alle 2 Wochen eine geometrische oder arithmetische Arbeit; daneben Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen (kombiniert mit Obersekunda): Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach schwierigeren Gypsornamenten, mehrfarbigen Pflanzenarabesken und lebenden Pflanzen. Die Darstellung ist eine verschiedene je nach dem darzustellenden Gegenstande. Fortgesetzte Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Ober-Tertia (Ordinarius: Oberlehrer Dr. Heesch).

In der Religion: Bikelkunde des Alten Testaments mit näherem Eingehen auf die heilsgeschichtlich wichtigen Stellen. Lektüre passender Abschnitte aus der Königsgeschichte und der Prophetie. Memorieren einiger Psalmen. Repetition der 5 Hauptstücke, Memorieren resp. Repetition der auf das Klassenpensum fallenden Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch (besonders auch *Schillers* Balladen) und aus *Schillers* Geschichte des 30jährigen Krieges. Deklamation von Gedichten. Grammatische Wiederholungen, besonders der Satz- und Wortbildungslehre. Übungen in ausgeführten Dispositionen. — Alle 2 Wochen 1 Aufsatz. — 3 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Lateinischen: Wiederholung der Formen- und Kasuslehre. Tempus- und Moduslehre in den Hauptregeln mit daran anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. Lektüre von *Caes.* d. b. G. I–III. Vokabeln nach *Ostermanns* Vok. IV. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 6 Stunden. — Im Sommer: *Düpow,* im Winter: *Dr. Schenk.*

Im Französischen: Repetition von *Ploetz* Schulgrammatik, Abschn. I—IV, dann Abschn. V—VII mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln nach *Ploetz* Voc. syst. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

Im Englischen: Grammatik nach *Gesenius* II, Abschn. I—IV mit mündlichen und schriftlichen Übungen. — Repetition des grammatischen Pensums der Unter-Tertia. Systematisches Memorieren von Vokabeln aus *Heims* Voc. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Herrig,* First Engl. Read. Book. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 4 Stunden. — *Dr. Heesch.*

In der Geschichte: Deutsche Geschichte von 1546–1871 nach *Müllers* Leitfaden. Repetition des Pensums der Unter-Tertia. — 2 Stunden. — Im Sommer: *Heims,* im Winter: *Dr. Schenk.*

In der Geographie: Physikalische und politische Geographie von Deutschland nach *v. Seydlitz* Schulgeographie. Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Pflanzenanatomie (II. Teil). Systematik der Monokotyledonen. Repetition der Dikotyledonen.

Im Winter: Übersicht über die Systematik der Vögel und Säugetiere. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Physik: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Wärmelehre. Magnetismus. Elektrostatik. — 2 Stunden. — *Dr. Busche.*

In der Mathematik: Planimetrie nach *Bahnson* II. Ähnlichkeitslehre und Kreismessung. Potenzen, Wurzeln, Gleichungen 1. Grades mit 2 Unbekannten nach *Heis* Aufgabensammlung. — Alle 2 Wochen eine geometrische oder arithmetische Arbeit; ausserdem geometrische Konstruktionsaufgaben. — 4 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Zeichnen: Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach Gypsmodellen. Darstellung von Licht und Schatten mit Blei, Kohle und Kreide. Fortgesetzte Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Unter-Tertia (Ordinarius: *Gehrcke*).

In der Religion: Das 2. Hauptstück mit den notwendigen Bibelsprüchen. Im letzten Quartal: Repetition der wichtigsten biblischen Geschichten Alten Testaments resp. Lektüre derselben in der Schulbibel; daran anschliessend Geographie von Palästina. Repetition der Einteilung des Kirchenjahres. — Memoriert wurden das 4. und 5. Hauptstück mit *Luthers* Erklärung und 2 Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch und daran geknüpfte Dispositionsübungen. Erklärung *Schiller*scher, *Goethe*scher und *Uhland*scher Gedichte, auch bezüglich des Versmasses und Reimes. Abschluss der Formen- und Satzlehre nach *Gloedes* Deutscher Grammatik. Memorieren zweckmässig gewählter Gedichte. — Alle 2 Wochen 1 Aufsatz, meist im Anschluss an die Lektüre. — 3 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Lateinischen: Wiederholung der Formenlehre. Kasuslehre nach *Ellendt-Seyffert* und einiges aus Tempus- und Moduslehre mit anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. Lektüre von *Corn. Nep.* ed. *Erbe* in ausgewählten Biographien. Memorieren von Vokabeln nach *Ostermann* IV. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 6 Stunden. — *Düpow.*

Im Französischen: Grammatik nach *Ploetz* Schulgrammatik, Abschn. I—IV, mit anschliessenden mündlichen und schriftlichen Übungen. Systematisches Memorieren von Vokabeln, namentlich aus *Ploetz* Pet. voc. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois., besonders aus Section II. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 4 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Englischen: Gesenius Grammatik I, Kap. I—XXIV, mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Lektüre ausgewählter Stücke aus Abschnitt IV derselben. — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 4 Stunden. — *Gehrcke.*

In der Geschichte: Deutsche Geschichte vom Augsburger Religionsfrieden bis 1871, nach *Dav. Müllers* Leitfaden. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Geographie: Physikalische und politische Geographie von Deutschland nach *v. Seydlitz* Kleiner Schulgeographie. Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Elemente der Pflanzenanatomie (I. Teil). Systematik der Apetalen. Repetition der Gamopetalen und Polypetalen.

Im Winter: Übersicht über die Systematik der Fische, Amphibien und Reptilien. Repetition einzelner Gruppen der Wirbellosen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Mathematik: Planimetrie nach *Bahnson* I bis zum Inhalte geradliniger Figuren. Die arithmetischen Grundoperationen, Gleichungen 1. Grades mit 1 Unbekannten. — Wöchentlich 1 geometrische oder arithmetische Arbeit. — 5 Stunden. — *Dr. Busche.*

Im Rechnen: Teilungs-, Termin-, Mischungsrechnung. Kaufmännisches Rechnen (Geld- und Wechsel-Kurs; Warenrechnung, Discont etc.) nach *Saggau* IV. — Wöchentlich 1 Arbeit. — 1 Stunde. — *Schinkel.*

Im Zeichnen: Fortgesetzte Übung im Freihandzeichnen nach den *Stuhlmann*schen Übergangsmodellen und Geräten. Ausführung von Licht und Schatten mit Blei nach einfachen Gypsmodellen. Zeitweise Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

In Quarta (Ordinarius: Düpow).

In der Religion: Das 1. und 2. Hauptstück mit den notwendigen Bibelsprüchen. Das Kirchenjahr. Kurze Repetition der alttestamentlichen Geschichten im Anschluss an die Geographie von Palästina. Repetition des 2. Hauptstückes. Memorieren resp. Repetieren der Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Erklärung und Memorieren von Gedichten des Kanons. Der zusammengesetzte Satz. Repetition der Orthographie nach *Gloedes* Grammatik. Interpunktionslehre. — Wöchentliche schriftliche Arbeiten (vorherrschend Aufsätze, gelegentlich ein Diktat oder eine grammatische Arbeit). — 3 Stunden. — *Düpow.*

Im Lateinischen: Abschluss der Formenlehre. Das Wichtigste aus der Kasuslehre mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln nach *Ostermanns* Vokab. III. Lektüre ausgewählter Biographien aus *Corn. Nep.* ed. *Erbe.* — Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien. — 6 Stunden. — *Düpow.*

Im Französischen: *Ploetz* Elementargrammatik Lektion 75—112 und *Ploetz* Schulgrammatik Lektion 1—6 mit mündlichen und schriftlichen Übungen. Memorieren von Vokabeln nach *Ploetz* Pet. voc. Lektüre ausgewählter Stücke aus *Ploetz* Lect. chois., Sect. I. — Wöchentliche Exerzitien resp. Extemporalien. — 5 Stunden. — *Heims.*

In der Ceschichte: Deutsche Geschichte bis zur Reformation nach *Dav. Müllers* Leitfaden. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Geographie: Physikalische Geographie der aussereuropäischen Erdteile nach *v. Seydlitz* Kleiner Schulgeographie. Kartenskizzen. — 2 Stunden. — *Düpow.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Abschluss der Gestaltlehre. Systematik der Gamopetalen. Repetition der Polypetalen.

Im Winter: Übersicht der Klassen, Ordnungen und wichtigsten Familien des Gliedertiertypus. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

In der Mathematik: Vorbereitungsunterricht in der Geometrie. Übung im geometrischen Zeichnen. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Umgekehrte und zusammengesetzte Regeldetri. Prozentrechnung. Rabatt. Teilungsrechnung. Leichte Aufgaben aus der Flächen- und Körperrechnung nach *Saggau* III, p. 32—64. — Wöchentlich 2 Arbeiten. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Fortgesetzte Übung in deutscher und lateinischer Schönschrift; Rundschrift, nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Zeichnen: Elemente des perspektivischen Zeichnens nach *Dupuys*schen Drahtmodellen, später nach *Heimerdinger*schen Holzmodellen. Übung im Zirkelzeichnen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Quinta): 2- und 3stimmige Volkslieder nach Heft 3 und 4 von *Müller-Hartungs* Liederbuch; Choräle nach *Voigts* Choralmelodienbuch; intervallische, dynamische und rhythmische Übungen. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In Quinta (Ordinarius: Heims).

In der Religion: Biblische Geschichten des Neuen Testaments nach *Preuss* mit Sprüchen und Liederversen. Wiederholung der Geschichten des Alten Testaments. Memorieren des 2. Hauptstücks mit Luthers Erklärung und der auf die Stufe entfallenden Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Heims.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Erklärung und Memorieren von Gedichten aus dem Kanon. Wort- und Flexionslehre nach *Gloedes* Grammatik § 44—67, 75—80. Der einfache erweiterte Satz. — Wöchentlich 1 Aufsatz beschreibenden oder erzählenden Inhalts oder gelegentlich 1 Diktat oder 1 grammatische Arbeit. — 3 Stunden. — *Heims.*

Im Lateinischen: Repetition des Sexta-Pensums. Unregelmässige Formen nach *Ellendt-Seyffert* mit mündlichen und schriftlichen Übungen nach *Ostermanns* Übungsbuch II. Memorieren von Vokabeln nach *Ostermanns* Vokabular II. — Wöchentlich 1 Exerzitium oder Extemporale. — 7 Stunden. — *Kertelhein.*

Im Französischen: *Ploetz*, Elementar-Grammatik, Lektion 1—75, mit mündlichen und schriftlichen Übungen. — Wöchentlich 1 Exerzitium oder Extemporale. — 5 Stunden. — *Heims.*

In der Geschichte: Griechische und römische Geschichte nach *O. Jägers* Hilfsbuch. — 1 Stunde. — *Heims.*

In der Geographie: Europa mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands nach *v. Seydlitz* Grundzügen. — 2 Stunden. — *Heims.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Erweiterung der Kenntnis der Gestaltlehre, Beschreibung und Vergleichung wichtiger Polypetalen.

Im Winter: Beschreibung charakteristischer wirbelloser Tiere behufs der Entwicklung der Vorstellung von dem betreffenden Typus. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Dezimal- und gemeine Brüche. Regeldetri und Zeitrechnung nach *Saggau* III, p. 1—31. — Wöchentlich 2 Arbeiten. — 4 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Lateinische Schönschrift nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Zeichnen: Darstellung geschwungener Linien nach den *Wollin*schen Tafeln. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Quarta): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In Sexta (Ordinarius: Kertelhein).

In der Religion: Biblische Geschichte Alten Testaments nach *Preuss* mit Sprüchen und Liederversen. Gelernt das 1. und 3. Hauptstück mit *Luthers* Erklärung, 3 Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Gehrcke.*

Im Deutschen: Lektüre aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch mit daran anschliessender Wortanalyse. Erklärung und Memorieren von Gedichten des Kanons. Der einfache Satz. Orthographische Übungen. — Wöchentlich 1 Aufsatz resp. 1 Diktat oder 1 grammatische Arbeit. — 4 Stunden. — *Kertelhein.*

Im Lateinischen: Regelmässige Formenlehre nach *Ellendt-Seiffert* mit mündlichen und schriftlichen Übungen nach *Ostermanns* Übungsbuch I. Memorieren von Vokabeln nach *Ostermanns* Vokabular I. — Wöchentlich 1 Exerzitium oder 1 Extemporale. — 8 Stunden. — *Kertelhein.*

In der Geschichte: Griechische, römische und deutsche Heldensagen nach *Schönes* Sagen. — 1 Stunde. — *Kertelhein.*

In der Naturgeschichte: Im Sommer: Beschreibung und Vergleichung einer kleinen Anzahl von Pflanzen.

Im Winter: Das Wichtigste über den menschlichen Organismus. Beschreibung je eines Vertreters aus den 5 Klassen des Wirbeltiertypus und Vergleichung derselben. — 2 Stunden. — *Dr. Fischer.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies mit benannten Zahlen. Einführung in die Bruchrechnung und Regeldetrie nach *Saggau* II, p. 32—64. — Wöchentlich 2 Arbeiten. — 5 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben: Deutsche und lateinische Schönschrift nach *Johannsens* Vorschriften. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Zeichnen: Darstellung gerader Linien und ihrer Verbindung zu Figuren nach den *Stuhlmann*schen Tabellen. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Singen (kombiniert mit Septima): Einübung einer Anzahl 2stimmiger Volkslieder nach *Müller-Hartung* II; Choräle nach *Voigts* Choralmelodienbuch. Tonleiter und andere Treffübungen. — 2 Stunden. — *Hocke.*

B. In der Vorschule.

In der ersten Elementar-Klasse (Ordinarius: Schinkel).

In der Religion: Sämtliche biblische Geschichten nach *Wangemann* mit Sprüchen und Liederversen. 4 Kirchenlieder des Kanons gelernt. — 2 Stunden. — *Schinkel.*

Im Deutschen: Leseübung aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Memorieren von Gedichten. Orthographische Übungen. Elemente der deutschen Formenlehre nach *Schulze,* 2. — Täglich 1 schriftliche Arbeit. — 8 Stunden. — *Schinkel.*

Im Anschauungsunterrichte: Besprechung von Anschauungsstoffen nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich;* dazu einige *Hey*sche Fabeln gelernt. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der Heimatkunde: Die Himmelsgegenden, veranschaulicht an Schulhaus, Stadt und Umgegend. Das Hamburger Gebiet, Beschäftigung seiner Bewohner. Erzählungen aus der vaterstädtischen Geschichte. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies mit ganzen Zahlen im unbegrenzten Zahlenraume nach *Saggau* II, p. 1—31. — Täglich 1 häusliche Arbeit, darunter 2 Reinschriften wöchentlich. — 6 Stunden. — *Schinkel.*

Im Schreiben (kombiniert mit der II. Elementar-Klasse): Übung in lateinischer Schrift durch Einzelschreiben und beschleunigtes Taktschreiben nach *Johannsens* Vorschriften I. — 4 Stunden. — *Schinkel.*

Im Singen (kombiniert mit Sexta): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der zweiten Elementar-Klasse (Ordinarius Schütte).

In der Religion: 50 biblische Geschichten Alten und Neuen Testaments nebst Sprüchen und Liederversen. Die 10 Gebote ohne Luthers Erklärung und 4 Kirchenlieder des Kanons gelernt. — 2 Stunden. — *Schütte.*

Im Deutschen: Leseübung aus *Hopf* und *Paulsieks* Lesebuch. Memorieren kleiner Gedichte. Grammatische Übungen nach *Schulze* I. Orthographische Diktate. — Täglich eine halbe Seite lesen als häusliche Arbeit. — 6 Stunden. — *Schütte.*

Im Anschauungsunterrichte: Besprechung von Anschauungsstoffen der Natur oder nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich.* — 2 Stunden: *Hocke.* — 1 Stunde: *Schütte.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies im Zahlenkreise von 1—100, nach *Saggau* 1, p. 16—32. — Täglich 2—4 Exempel als häusliche Arbeit. — 5 Stunden. — *Schütte.*

Im Schreiben (kombiniert mit der I. Elementar-Klasse): Übung in deutscher Schrift nach Vorschriften an der Wandtafel und nach *Johannsens* Vorschriften I. — 4 Stunden. — *Hocke.*

Im Singen (kombiniert mit der III. Elementar-Klasse): Volks- und Spiellieder nach *Müller-Hartung* I. Daneben 10 der gebräuchlichsten Choräle. — 2 Stunden. — *Hocke.*

In der dritten Elementar-Klasse (Ordinarius Hocke).

In der Religion: 12 alt- und 12 neutestamentliche Geschichten nach *Wangemann.* Gelernt: einige Gebete, Sprüche und 4 Kirchenlieder des Kanons. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Deutschen: Lesenlernen der Schreib- und Druckschrift nach *Ehlers* Fibel. Deutsche und lateinische Schrift, im 2. Halbjahre mit der Feder. — Täglich 8 Reihen Abschrift aus der Fibel als häusliche Arbeit. — 8 Stunden. — *Hocke.*

Im Anschauungsunterrichte: Besprechung von Anschauungsstoffen nach den Bildern von *Winkelmann* und *Fröhlich.* Dazu einige *Hey*sche Fabeln gelernt. — 3 Stunden. — *Hocke.*

Im Rechnen: Die 4 Spezies im Zahlenkreise bis 20 nach *Saggau* I, p. 1—15. — Täglich 2—3 Exempel als häusliche Arbeit. — 3 Stunden. — *Hocke.*

Im Singen (kombiniert mit der II. Elementar-Klasse): siehe oben. — 2 Stunden. — *Hocke.*

Im Sängerchor wurden die stimmbegabten Schüler aller Klassen wöchentlich 1 Stunde im vierstimmigen kunstgemässen Chorgesange geschult. Geübt wurden namentlich auch vierstimmige Lieder nach *Schwalms* Liederbuch. — *Hocke.*

Im Turnen waren die Klassen $II_{,1}$, $II_{,2}$ und $III_{,1}$, $III_{,2}$ und IV, V und VI in wöchentlich 2 Stunden kombiniert. Der Unterricht erstreckte sich während des Sommers zum Teil abteilungsweise auf Freiübungen, zum Teil riegenweise auf Gerät- und Gerüstübungen. Im Winter musste leider auch in diesem Jahre der Unterricht wegen der noch immer fehlenden Turnhalle ausfallen und durch anderen Unterricht ersetzt werden.

4. Zusammenstellung der beim Unterrichte gebrauchten Lehrbücher.

Gegenstand	Klasse	Lehrbücher
Religion	II.-I. El.-Kl.	Wangemann, Biblische Geschichten für die Elementarstufe.
	VI.-V.	Preuss, Biblische Geschichten.
	VI.-II$_{,1}$.	Luther, Kleiner Katechismus.
	IV.-II$_{,1}$.	Familienbibel. Glarus 1887.
	II. El.-Kl.-II$_{,1}$.	Lübeckisches evangelisch-lutherisches Gesangbuch.
Deutsch	III. El.-Kl.	Ehlers, Fibel für den Leseunterricht.
	II. El.-Kl.-II$_{,1}$.	Hopf und Paulsiek, Deutsches Lesebuch (für jede Klasse die betreffende Abteilung).
	II. El.-Kl.	Karl Schulze, Lehrstoff für den grammatischen und orthographischen Unterricht in der Vorschule, Heft 1.
	I. El.-Kl.	Karl Schulze, Lehrstoff für den grammatischen und orthographischen Unterricht der Vorschule, Heft 2.
	VI.-II$_{,1}$.	Gloede, Deutsche Grammatik.
Lateinisch	VI.-II$_{,1}$.	Ellendt-Seyffert, Lateinische Grammatik.
	VI.-III$_{,1}$.	Ostermann, Lat. Vokabular (für jede Klasse die entsprechende Stufe).
	VI.-III$_{,1}$.	Ostermann, Lat. Übungsbuch (für jede Klasse die entsprechende Stufe).
	IV.-III$_{,2}$.	Erbe, Corn. Nep. vitae.
	III$_{,1}$-II$_{,2}$.	Rheinhard, C. Julii Caesaris comm. de bell. Gallic.
	II$_{,1}$.	Kraner, C. Julii Caesaris comm. de bell. civ.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Ovids Metamorphosen. Teubnersche Textausgabe.
Französisch	V.-IV.	Ploetz, Elementargrammatik der französischen Sprache.
	IV.-II$_{,1}$.	Ploetz, Schulgrammatik der französischen Sprache.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Bertram, Neues Übungsbuch.
	IV.-III$_{,2}$.	Ploetz, Petit vocabulaire français.
	III$_{,2}$-II$_{,1}$.	Ploetz, Vocabulaire systématique.
	IV.-III$_{,1}$.	Ploetz, Lectures choisies.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Herrig, La France littéraire.
Englisch	III$_{,2}$.	Gesenius, Lehrbuch der englischen Sprache, Teil 1.
	III$_{,1}$-II$_{,1}$.	Gesenius, Lehrbuch der englischen Sprache, Teil 2.
	III$_{,1}$-II$_{,2}$.	Heims, Englisches Vokabularium.
	II$_{,1}$.	Ploetz, English Vocabulary.
	III$_{,1}$-II$_{,2}$.	Herrig, First Englisch Reading Book.
	II$_{,1}$.	Herrig, The British Classical Authors.
Geschichte	VI.	Schöne, griechische, römische und deutsche Mythen und Sagen.
	V.	Jäger, Hilfsbuch für den ersten Unterricht in alter Geschichte.
	IV.-III$_{,2}$.	David Müller, Leitfaden der deutschen Geschichte.
	III$_{,1}$-II$_{,1}$.	Herbst, Historisches Hilfsbuch, 1—3.
Geographie	VI.-V.	v. Seydlitz, Grundzüge der Geographie.
	IV.-III$_{,1}$.	v. Seydlitz, Kleine Schulgeographie.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	v. Seydlitz, Grosse Schulgeographie.
Naturgesch.	VI.-II$_{,1}$.	Thomé, Lehrbuch der Zoologie.
	VI.-II$_{,1}$.	Thomé, Lehrbuch der Botanik.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Rüdorff, Grundriss der Mineralogie.
Chemie	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Rüdorff, Grundriss der Chemie.
Physik	III$_{,1}$-II$_{,1}$.	Jochmann, Grundriss der Experimentalphysik.

Gegenstand	Klasse	Lehrbücher
Mathematik	IV.-II$_{,1}$.	Bahnson, Leitfaden der Geometrie, 1.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Bahnson, Leitfaden der Geometrie, 2.
	II$_{,1}$.	Prix, Leitfaden der darstellenden Geometrie.
	III$_{,2}$-II$_{,1}$.	Heis, Aufgabensammlung.
	II$_{,2}$-II$_{,1}$.	Schlömilch, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln.
Rechnen	III.-II. El.-Kl.	Saggau, Rechenschule, Heft 1.
	I. El.-Kl.-VI.	Saggau, Rechenschule, Heft 2.
	V.-IV.	Saggau, Rechenschule, Heft 3.
	III$_{,2}$.	Saggau, Rechenschule, Heft 4.
Schreiben	II.-I. El.-Kl.	Johannsen, Vorschriften, Heft 1.
	VI.-IV.	Johannsen, Vorschriften, Heft 2.
	II.-I. El.-Kl.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 1.
	VI.-V.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 2.
	IV.	Müller-Hartung, Vaterländisches Liederbuch, Heft 3.

II. Chronik der Schule.

1. Die *II. Sektion der Oberschulbehörde,* deren Leitung und Beaufsichtigung die Hansa-Schule unterstellt ist, setzte sich auch im Schuljahre 1890/91 zusammen aus den Herren: Senator Dr. jur. *O. Stammann,* Syndikus Dr. jur. *Leo,* Hauptpastor Dr. theol. *G. H. Röpe,* Professor Dr. *K. T. S. E. Friedlaender,* Direktor des Realgymnasiums des Johanneums, Professor Dr. *Fr. Schultess,* Direktor der Gelehrtenschule des Johanneums, Rechtsanwalt Dr. jur. *C. A. Schroeder, J. W. Brey,* Schulvorsteher *F. L. Nirrnheim,* Rechtsanwalt Dr. jur. *H. B. Levy* und Professor Dr. *R. Hoche* als Oberbeamten für das Höhere Schulwesen.

2. Das *Kuratorium der Hansa-Schule,* durch welches die Stadt Bergedorf ihre Rechte an der Anstalt ausübt, bestand während dieser Zeit aus den Herren: Bürgermeister Dr. jur. *Mantius,* Ratmann *O. Meyer,* Direktor Dr. phil. *G. Gross,* Kaufmann *H. Baass,* Fabrikbesitzer *Th. Tönnies,* Hüttenbesitzer *G. Hein* und Pastor *F. Holm.* Letzterer musste nach Johannis Krankheits halber austreten und ist durch Herrn Dr. med. *H. Tiedemann* als 2. Vertreter der stimmberechtigten Gemeindemitglieder nach § 3 der Statuten der Hansa-Schule ersetzt worden.

3. Das bereits im vorigen Programme erwähnte Gesuch der Anstalt an das Reichskanzleramt, die rückwirkende Kraft der von der Hansa-Schule erworbenen Militär-Berechtigung nicht blos auf die Abiturienten, sondern auf alle Obersekundaner des Jahrganges 1888 auszudehnen, ist trotz der Befürwortung, welche demselben abseiten der Oberschulbehörde zu teil geworden war, durch Reskript genannter Reichsbehörde an E. H. Senat vom 18. Juli 1890 leider abschläglich beschieden worden.

4. Die Frage betreffend den Bau einer Aula und Turnhalle hat auch im verflossenen Jahre noch geruht. Nachdem aber bei Gelegenheit der Berliner Schulkonferenz vom Dezember v. J. auf die Wichtigkeit des Turnunterrichts an höheren Schulen von allerhöchster Stelle in so entschiedener Weise hingewiesen worden ist, darf die Anstalt wohl hoffen, dass die Sache nunmehr wieder in Fluss komme und dass nach der sonst vollständig erfolgten Entwicklung der Hansa-Schule auch für die Befriedigung dieser höchst wichtigen Bedürfnisse Sorge getragen werde.

5. Nach längeren Verhandlungen ist eine vollständige Trennung der Ober- und Untersekunda, die sich schon seit mehreren Jahren als wünschenswert erwiesen hatte, durch Beschluss der beikommenden Behörden für die Zukunft zur ständigen Einrichtung gemacht worden. Zu dem Ende wurde die letzte noch vakante Oberlehrerstelle zu Michaelis v. J. besetzt und eine 5. ordentliche Lehrerstelle zu Neujahr d. J. errichtet. In erstere ist der ordentliche Lehrer am Gymnasium zu Aschersleben: *Dr. R. Schenk**) vom 1. Oktober 1890 ab berufen, die letztere ist dem bisherigen wissenschaftlichen Hilfslehrer der Hansa-Schule: *R. Düpow* verliehen worden. Auch ist mit Ablauf des verflossenen Jahres der Hilfslehrer an der Vorschule der Anstalt: *W. Hocke***) zum ordentlichen Lehrer an der Vorschule befördert worden.

6. Die neue Lehrstoffverteilung für den Geschichtsunterricht, von welcher schon der vorige Jahresbericht Mitteilung machte und welche nach einer unter dem 5. November v. J. erfolgten Bestimmung der leitenden Oberbehörde nach einem vorbereitenden Kursus in Sexta und Quinta die alte und die deutsche Geschichte in abwechselnden Jahreskursen bis zur Obersekunda zu behandeln hat, ist mit nächstem Jahre bis auf die beiden Oberstufen zur Durchführung gelangt.

7. Eine vom Unterzeichneten entworfene und vom Kuratorium der Hansa-Schule durch Beschluss vom 30. Oktober v. J. genehmigte Ordnung für die beiden Bibliotheken der Anstalt ist als Anhang diesem Jahresberichte beigegeben.

8. Das Schuljahr nahm seinen Anfang am Montag den 7. April. Die gesetzlichen Ferien dauerten zu Pfingsten vom 25. bis 31. Mai, im Sommer vom 12. Juli bis 9. August, zu Michaelis vom 25. September bis 4. Oktober und zu Weihnachten vom 24. Dezember bis 6. Januar. Der Hitze wegen brauchte im Sommer die Schule nicht ein einziges Mal ausgesetzt zu werden. Beendet wird der Unterricht am 20. März; am 21. März findet die Versetzung der Schüler und die Entlassung der Abiturienten statt.

Sonst wurde der gewöhnliche Gang des Unterrichts an folgenden Tagen unterbrochen:

Statt des allgemeinen Ausflugs, der bislang immer im Sommer unternommen worden ist, machten die Klassen in diesem Jahre, zu mehreren vereinigt, am 26. Juni und 1. Juli halbtägige Exkursionen in die Umgegend, die namentlich auch botanischen Interessen dienten. Der Unterzeichnete, unterstützt von Herrn Oberlehrer *Dr. Heesch,* unternahm am Sonntage den 22. Juni mit einer Anzahl der älteren Schüler eine Fahrt nach Kiel, um namentlich die dort versammelte Manöverflotte, die nach etlichen Tagen auslaufen sollte, zu sehen. Die Anlagen des Kriegshafens, die kaiserliche Werft, Sr. Maj. Schiff „Der Kaiser", das wir besuchen durften, eine Fahrt in See mit der Aussicht auf die herrlichen Ufer der Bucht, Düsternbrook und Kiel mit seinen Sehenswürdigkeiten veranlassten zum Vergleich mit den entsprechenden Verhältnissen Hamburgs, der Elbe und deren Mündung und werden, wie sie lehrreich waren, den Besuchenden auch noch lange eine schöne Erinnerung abgeben.

---

*) Dr. Richard Schenk ist am 13. April 1860 zu Zechin (Provinz Brandenburg) geboren. Von Ostern 1870 bis Michaelis 1877 besuchte er das Königl. Friedrichs-Gymnasium zu Frankfurt a. d. Oder und studierte dann zu Berlin 8 Semester Philologie. Im Mai d. J. 1882 wurde er von der philosophischen Fakultät der Universität Berlin zum Doktor promoviert. Von Michaelis 1882 bis dahin 1883 genügte er bei dem Leibgrenadierregimente seiner Militärpflicht und bestand während dieser Zeit am 18. und 19. Dezember 1882 zu Berlin das examen pro facultate docendi. Michaelis 1883 wurde er zur Ableistung des Probejahres dem Gymnasium zu Guben und im Januar 1884 behufs Übernahme einer Hilfslehrerstelle und Beendigung des Probejahres dem Gymnasium zu Sorau überwiesen. Michaelis 1884 übernahm er eine wissenschaftliche Hilfslehrerstelle am Gymnasium zu Wittenberg, und Ostern 1885 wurde er als ordentlicher Lehrer an das in der Umwandlung zu einem Gymnasium begriffene Realgymnasium zu Aschersleben berufen. Michaelis 1890 trat er als Oberlehrer an die Hansa-Schule über. Literarische Publikationen von ihm sind: 1) De gemini quem vocant genitivi apud Aeschylum usu (Inaugural-Dissertation); 2) Zur angeblichen Lehre des Hirten des Hermas vom überschüssigen Verdienste; 3) Zum ethischen Lehrbegriffe des Hirten des Hermas; 4) Zum Anfangsunterrichte im Hebräischen 5) Nachübersetzen, Vorübersetzen, Extemporieren im altsprachlichen Unterrichte, besonders auf der Mittelstufe.

**) Wilhelm Hocke aus Kotzenau in Schlesien, geboren den 3. Februar 1853, vorgebildet auf dem evangelischen Schullehrer-Seminar in Reichenbach, bestand das 2. Examen in Bunzlau 1875. Als Lehrer war er zuerst thätig in Neukirch bis 1876, in Kattowitz bis 1881 und trat dann in hamburgische Dienste über, wo er bis 1882 in Moorburg, dann an der Bergedorfer Volksschule unterrichtete, von wo er Michaelis 1887 an die Hansa-Schule berufen wurde

Am 30. Juni wohnte der Oberbeamte für das Höhere Schulwesen, Herr *Professor Dr. Hoche,* dem Unterrichte des Kollegen an der Vorschule: *Hocke,* wie auch dem des Schulamtskandidaten *Mahlke* bei, welch' letzterem die Vertretung des zu einer 8wöchentlichen Militär-Übung einberufenen Oberlehrers *Dr. Busche* übertragen worden war.

Den 2. September feierte die Hansa-Schule in der herkömmlichen Weise, diesmal aber in Rothenbek, wohin wir durch den Sachsenwald von Friedrichsruh aus marschiert waren. Die Ansprache hielt Herr *Düpow.* Ausgehend von der Schlacht bei Sedan und deren Folgen betonte er besonders die Verdienste des *Fürsten Bismarck* um die Begründung des neuen deutschen Reiches und den Dank, den wir alle ihm dafür schuldig sind.

In den Tagen vom 4. bis 9. September fertigten die Ostern 1890 provisorisch nach Obersekunda versetzten Schüler schriftliche Arbeiten im Deutschen, Lateinischen, Englischen, Französischen und in der Mathematik für die Versetzungsprüfung an, worauf am 20. September in Gegenwart des Herrn *Professor Dr. Hoche* als staatlichen Kommissars die mündliche Prüfung stattfand. Auf Grund deren konnte die definitive Versetzung für die Schüler *Karl Bergner, Hugo Fischer, Eduard Kiehn, Franz Pinnau, Ludwig Taht* und *Richard v. Voss* ausgesprochen und ihnen damit gleichzeitig die wissenschaftliche Befähigung zum Einjährig-Freiwilligen-Militärdienste zuerkannt werden.

Am 25. Oktober beging die Hansa-Schule die Erinnerungsfeier des 90jährigen Geburtstages des greisen Feldmarschalls Grafen *v. Moltke,* für welche die Kollegen *Dr. Schenk, Kertelhein* und *Heims* die Ansprachen übernommen hatten.

Am darauffolgenden Tage, als am Reformationsfeste, gingen die Lehrer in Gemeinschaft mit den konfirmierten Schülern der Anstalt dem Herkommen gemäss zum Abendmahle.

Am 6. November besuchte der Herr Oberbeamte für das höhere Schulwesen die Hansa-Schule, um bei dem Unterrichte des Oberlehrers *Dr. Schenk* zu hospitieren.

Die Feier des Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers musste, wie schon die Moltkefeier, in 3 verschiedenen Coeten veranstaltet werden, da die Anstalt leider keinen Raum besitzt, der die Gesamtheit der Schüler zu fassen vermag. Ausser dem Unterzeichneten hatten hierbei die beiden Kollegen *Kertelhein* und *Heims* wieder je eine Rede übernommen.

Das *Abiturientenexamen* wurde unter dem Vorsitze des Herrn Oberbeamten für das Höhere Schulwesen als staatlichen Kommissars am 16. März abgehalten, nachdem in der Zeit vom 12. bis 17. Februar die schriftlichen Arbeiten*) angefertigt worden waren.

---

*) Dieselben waren folgende:

1. Ein deutscher Aufsatz: Die Ströme sind die Kulturadern der Erde.
2. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Lateinische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.)
3. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Französische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.)
4. Eine Übersetzung aus dem Deutschen ins Englische. (Arbeitszeit: 2 Stunden.)
5. Vier mathematische Aufgaben:
   a) Ein Dreieck zu zeichnen, von dem das Verhältnis $p:q$ der Höhenabschnitte auf der Seite c, der Winkel γ und der Radius ρ des einbeschriebenen Kreises gegeben sind.
   b) Seiten, Winkel und Inhalt eines Dreiecks zu berechnen, von dem der Umfang $2s = 650$ m, der Radius $\rho_c = 720$ m des an c anbeschriebenen Kreises und der Winkel $\alpha = 33^0\,23'\,54{,}8''$ gegeben sind.
   c) Ein Kaufmann wollte eine Quantität Zucker kaufen. Da ihm aber der Preis zu hoch schien, wartete er einige Zeit. Während derselben war die Tonne um 110 ℳ. im Preise gestiegen, und er musste nun für dieselbe Menge Zucker 6050 ℳ. bezahlen, während er früher für diese Summe $^1/_2$ Tonne mehr bekommen hätte. Wie viel Tonnen hat er gekauft und wie viel kostete eine Tonne anfänglich?
   d) Für das Ausgraben eines Brunnens werden für das 1. Meter 5 ₰., für jedes folgende das Dreifache vom Preise des vorhergehenden Meters und im ganzen 1476,20 ℳ. verlangt. Wie viel Meter ist der Brunnen tief?

Ausserdem waren an Sonderaufgaben noch gegeben:

   e) Wie kann man aus dem 17. und dem 257. Teile eines Kreises den 4369. Teil desselben bestimmen?
   f) Wie viel Kilometer beträgt die Entfernung von der Mündung des Amazonenstromes, die sich auf dem Äquator unter $w = 33^0$ westlicher Länge befindet, bis Hamburg, dessen östliche Länge $l = 27^0\,38'\,9''$ und dessen nördliche Breite $53^0\,33'\,7''$ ist? Erdradius $= 6370$ Km.
   g) Eine Eisenbahnstrecke $s = 11250$ m lang, hat eine Steigerung von $1:100$ ($\text{tg.}\ \alpha = 0{,}01$). In welcher Zeit läuft ein Wagen diese Strecke hinab, dem die Anfangsgeschwindigkeit $\gamma = 1{,}57$ m gegeben ist. Die Reibung soll nicht berücksichtigt werden.

Allen 3 Obersekundanern, die sich zur Ablegung der Prüfung gemeldet hatten, *Alfred Loebell, Richard Schaumann* und *Heinrich Timpe*, ist das Zeugnis der Reife für die Prima eines Realgymnasiums erteilt worden.

An demselben Tage wurde vor Herrn *Professor Dr. Hoche* die Versetzungsprüfung für Obersekunda vorgenommen. Der erfolgreiche Besuch der Klasse und damit die Berechtigung zum Einjährig-Freiwilligen-Militärdienste konnte hierbei den Untersekundanern *Wilhelm Ahrens, Walther Anz, Walther Behr, Hermann Lamprecht, Heinrich Lewitz* und *Brent Rodd* bezeugt werden.

9. Über den *Gesundheitszustand* der Schüler ist Aussergewöhnliches nicht zu berichten.

10. *Vertretungen* der Lehrer waren verschiedentlich nötig. An den Tagen der Kontrollversammlungen (26. April und 1. November) mussten die im Militärverhältnisse stehenden Kollegen vertreten werden. Für den vom 4. Juni bis zu den Sommerferien zu 8wöchentlichem Heeresdienste einberufenen Oberlehrer *Dr. Busche* war der Schulamtskandidat Herr *Mahlke* aus Hamburg zum Ersatz angestellt worden. Krankheits halber fehlten Herr *Dr. Fischer* am 23. Oktober und Herr *Hocke* am 12. Dezember (2 Stunden). Um privater Veranlassung willen waren die Herren *Kertelhein* am 7. Juni, *Schinkel* und *Schütte* am 3. November, *Gehreke* vom 10. bis 13. Januar, *Heims* am 30. und 31. Januar, *Hocke* am 17. und 26. Februar beurlaubt.

11. Das *Lehrerkollegium*, welches — wie oben berichtet — im verflossenen Jahre die volle Zahl der Lehrkräfte erhalten hat, setzt sich zusammen aus: 1) *Dr. G. Gross*, Direktor, seit Ostern 1883; 2) Oberlehrer *Dr. G. Heesch*, seit Michaelis 1888; 3) Oberlehrer *Dr. E. Busche*, seit Michaelis 1888; 4) Oberlehrer *Dr. R. Schenk*, seit Michaelis 1890; 5) ordentlicher Lehrer *G. Gehreke*, seit Neujahr 1886; 6) ordentlicher Lehrer *Dr. W. Fischer*, seit Neujahr 1886; 7) ordentlicher Lehrer *J. Kertelhein*, seit Neujahr 1888; 8) ordentlicher Lehrer *Br. Heims*, seit Neujahr 1888; 9) ordentlicher Lehrer *R. Düpow*, seit Neujahr 1891; 10) ordentlicher Vorschullehrer *H. Schinkel*, seit Michaelis 1888; 11) ordentlicher Vorschullehrer *H. Schütte*, seit Michaelis 1888; 12) ordentlicher Vorschullehrer *W. Hocke*, seit Neujahr 1891.*)

*) Ein Rangunterschied zwischen den Lehrern einer und derselben Gehaltsklasse ist nicht vorhanden; die oben angegebene Reihenfolge ist diejenige, nach welcher die Alterszulagen im hamburgischen Staatshaushaltungsplane aufgeführt werden.



III. Statistische Mitteilungen.

1. Allgemeine Übersicht.

	A. Realprogymnasium							Zusammen	B. Vorschule			Zusammen
	II,1.	II,2.	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.		I. El.-Kl.	II. El.-Kl.	III. El.-Kl.	
A. Winter-Halbjahr 1889/90:												
1. Bestand am 1. Februar 1890	4	20	24	16	40	30	35	169	19	11	15	45
2. Abgang bis 31. März	4	5	8	—	3	—	2	22	—	—	1	1
3. Restbestand am 31. März (1—2)	—	15	16	16	37	30	33	147	19	11	14	44
4. In höhere Klassen traten	—	11	13	13	26	26	25	114	15	10	13	38
5. In andere Abteilungen traten	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6. In ihren Klassen blieben	—	4	3	3	11	4	8	33	4	1	1	6
7. Zugang von 4	11	13	13	26	26	25	15	129	10	13	—	23
8. Zugang von 5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
B. Sommer-Halbjahr 1890:												
9. Bestand (6 + 7 + 8)	11	17	16	29	37	29	23	162	14	14	1	29
10. Aufnahme	1	1	3	2	1	2	4	14	4	2	14	20
11. Gesamtzahl (9 + 10)	12	18	19	31	38	31	27	176	18	16	15	49
12. Abgang bis 30. September	6	1	4	2	3	3	1	20	3	—	—	3
13. Rest-Bestand am 30. September (11—12)	6	17	15	29	35	28	26	156	15	16	15	46
14. In höhere Klassen traten	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15. In andere Abteilungen traten	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16. In ihren Klassen blieben	6	17	15	29	35	28	26	156	15	16	15	46
17. Zugang von 14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18. Zugang von 15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
C. Winter-Halbjahr 1890/91:												
19. Bestand (16 + 17 + 18)	6	17	15	29	35	28	26	156	15	16	15	46
20. Aufnahme	—	—	—	2	2	—	—	4	—	1	—	1
21. Gesamtzahl (19—20)	6	17	15	31	37	28	26	160	15	17	15	47
22. Abgang bis 31. Januar	1	—	1	1	—	—	1	4	—	—	—	—
23. Bestand am 1. Februar (21—22)	5	17	14	30	37	28	25	156	15	17	15	47

2. Bekenntnis der Schüler:

(A. Realprogymnasium.)

Es waren	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. Evangelische	172 = 97,72 %	5	—	156 = 97,50 %	—	9
2. Katholiken	4 = 2,27 „	—	1	4 = 2,50 „	—	—
3. Juden	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. Bekenntnislose	— = — „	—	—	— = — „	—	—
	176 = 99,99 %			160 = 100 %		

(B. Vorschule.)

Es waren	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. Evangelische	49 = 100 %	8	—	47 = 100 %	2	—
2. Katholiken	— = — „	—	—	— = — „	—	—
3. Juden	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. Bekenntnislose	— = — „	—	—	— = — „	—	—
	49 = 100 %			47 = 100 %		

3. Geburtsort der Schüler:

(A. Realprogymnasium.)

Es waren gebürtig	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. aus dem Staate Hamburg .	101 = 57,39 %	—	3	97 = 60,63 %	—	4
2. aus dem übrigen Deutschland	70 = 39,77 „	6	—	59 = 36,87 „	—	5
3. aus dem übrigen Europa .	— = — „	—	2	— = — „	—	—
4. aus aussereuropäischen Ländern	5 = 2,84 „	3	—	4 = 2,50 „	—	—
	176 = 100 %			160 = 100 %		

(**B. Vorschule.**)

Es waren gebürtig	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. aus dem Staate Hamburg .	34 = 69,40 %	4	—	32 = 68,08 %	—	—
2. aus dem übrigen Deutschland	14 = 28,59 „	4	—	14 = 29,79 „	2	—
3. aus dem übrigen Europa .	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. aus aussereuropäischen Ländern	1 = 2,01 „	—	—	1 = 2,13 „	—	—
	49 = 100 %			47 = 100 %		

4. Heimat (d. h. Wohnort der Eltern) der Schüler:

(**A. Realprogymnasium.**)

Es wohnten	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. im Staate Hamburg . . .	121 = 68,75 %	4	—	109 = 68,13 %	—	5
2. im übrigen Deutschland . .	50 = 28,40 „	—	—	47 = 29,37 „	—	5
3. im übrigen Europa . . .	— = — „	—	2	— = — „	—	—
4. in aussereuropäischen Ländern	5 = 2,85 „	2	—	4 = 2,50 „	1	—
	176 = 100 %			160 = 100 %		

(**B. Vorschule.**)

Es wohnten	A. Sommer-Halbjahr 1890	Gegen das Vorjahr +	—	B. Winter-Halbjahr 1890/91	Gegen das Vorjahr +	—
1. im Staate Hamburg . . .	40 = 81,63 %	6	—	38 = 80,85 %	1	—
2. im übrigen Deutschland . .	9 = 18,37 „	2	—	9 = 19,15 „	1	—
3. im übrigen Europa . . .	— = — „	—	—	— = — „	—	—
4. in aussereuropäischen Ländern	— = — „	—	—	— = — „	—	—
	49 = 100 %			47 = 100 %		

5. Lebensalter der Schüler im Winter-Halbjahre:

Geburtsjahr	A. Realprogymnasium II,1.	II,2.	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.	Zusammen	Entsprechende Zahl des Vorjahres +	−	B. Vorschule I. El.-Kl.	II. El.-Kl.	III. El.-Kl.	Zusammen	Entsprechende Zahl des Vorjahres +	−
1872	—	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—
1873	1	3	—	—	1	—	—	5	7	—	—	—	—	—	—	—
1874	4	9	—	—	—	—	—	13	8	—	—	—	—	—	—	—
1875	1	3	8	7	—	—	—	19	6	—	—	—	—	—	—	—
1876	—	2	3	11	7	1	—	24	1	—	—	—	—	—	—	—
1877	—	—	4	10	8	3	—	25	—	2	—	—	—	—	—	—
1878	—	—	—	3	18	6	3	30	—	3	1	—	—	1	1	—
1879	—	—	—	—	3	15	7	25	—	—	1	—	—	1	—	—
1880	—	—	—	—	—	3	15	18	—	12	2	—	—	2	12	—
1881	—	—	—	—	—	—	1	1	—	1	8	1	—	9	2	—
1882	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	9	—	12	—	2
1883	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	7	14	—	7
1884	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	8	—	8
Zusammen	6	17	15	31	37	28	26	160	—	—	15	17	15	47	—	2
Durchschnittsalter am 1. Febr. 1891	16 J. 7 M.	16 J. 2½ M.	14 J. 9⅔ M.	14 J. 3 M.	13 J. 2½ M.	12 J. ½ M.	11 J. 1 M.	—	—	—	9 J. 9½ M.	8 J. 2⅔ M.	7 J. 1½ M.	—	—	—

6. Abgang vom 1. Februar 1890 bis 31. Januar 1891.

(A. Realprogymnasium.)

Abgegangen sind	II,1.	II,2. mit Militär-Zeugnis	II,2. ohne Militär-Zeugnis	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.	Zusammen
I. durch den Tod	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe I	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Abgegangen sind	II,1.	II,2. mit Militär-Zeugnis	II,2. ohne Militär-Zeugnis	III,1.	III,2.	IV.	V.	VI.	Zusammen
II. Zu weiterem Unterrichte:									
auf Gymnasien und Progymnasien . . .	1	—	—	—	—	—	—	—	1
„ Realgymnasien und Realprogymnasien	2	—	1	—	—	1	—	1	5
„ Real- und höhere Bürgerschulen . .	—	—	—	2	—	1	2	1	6
„ andere Schulen	—	—	—	—	—	—	1	2	3
in Privatunterricht	—	—	1	—	—	—	—	—	1
Summa II	3	—	2	2	—	2	3	4	16
III. In das Berufsleben:									
um Gerichtsschreiber zu werden	2	—	—	—	—	—	—	—	2
„ Chemiker resp. Apotheker zu werden	1	1	—	—	—	—	—	—	2
„ Landwirt zu werden	—	1	—	1	1	—	—	—	3
„ Kaufmann zu werden	1	1	1	5	1	2	—	—	11
„ Maschinenbauer zu werden	2	1	1	2	—	—	—	—	6
„ ein sonstiges Handwerk zu erlernen .	—	—	—	3	1	2	—	—	6
Summa III	6	4	2	11	3	4	—	—	30

(B. Vorschule.)

Abgegangen sind	I. El.-Kl.	II. El.-Kl.	III. El.-Kl.	Zusammen
auf andere Schulen	3	—	1	4
in Privat-Unterricht	—	—	—	—
Summa	3	—	1	4

7. Zahl der Freischüler:

(A. Realprogymnasium.)

	Schüler	a. Ganze Freischüler	b. Halbe Freischüler	Zusammen a + b (i. halb. Stell.)	Gesamterlass an Schulgeld
1. Vierteljahr	174	—	9	9	2,59 %
2. „	170	—	10	10	2,73 „
3. „	161	—	9	9	2,78 „
4. „	157	—	8	8	2,55 „
Durchschnitt	165,5	—	9	9	2,66 %

(**B. Vorschule.**)

	Schüler	a. Ganze Freischüler	b. Halbe Freischüler	Zusammen a + b (i. halb. Stell.)	Gesamterlass an Schulgeld
1. Vierteljahr	48	1	4	6	7,22 %
2. „	49	1	4	6	6,60 „
3. „	47	1	4	6	6,91 „
4. „	47	1	4	6	6,91 „
Durchschnitt	47,75	1	4	6	6,91 %

8. Verzeichnis

derjenigen Schüler, welche während der Zeit vom 7. April 1890 bis 21. März 1891 die Hansa-Schule verlassen haben.

Klasse	Name	Beruf
	a) Johannis 1890:	
III$_{,1}$.	*Wilhelm Warncke*	Schule i. d. Ver. Staat. v. Nordamerika.
	Julius Peters	Gärtner
III$_{,2}$.	*Heinrich von Have*	Weinhändler.
IV.	*Richard Biebler*	Hamb. Privatschule
V.	*Daniel Weidenhöfer*	Curslacker Volksschule
„	*Otto Warncke*	Schule i. d. Ver. Staat. v. Nordamerika
VI.	*Adolf Fick*	Volksschule in Sande
„	*Arnold Warmer*	Volksschule in Bergedorf
	b) Michaelis 1890:	
II$_{,1}$.	*Karl Bergner*	Maschinenbauer
„	*Hugo Fischer*	Desgl.
„	*Franz Höge*	Gerichtsschreiber
„	*Eduard Kiehn*	Landwirt
„	*Franz Pinnau*	Kaufmann
„	*Julius Schlüter*	Realgymnasium zu Hamburg
II$_{,2}$.	*John Wüstefeld*	Institut des Dr. Goldmann in Hamburg
III$_{,1}$.	*Georg Bahnsen*	Kaufmann
„	*Paul Gerson*	Neue höhere Bürgerschule in Hamburg
III$_{,2}$.	*Gustav Meyer*	Buchbinder
IV.	*Paul Vietzen*	Hamburger Privatschule
„	*Otto Tiedemann*	Schlachter
V.	*Alfred Gerson*	Hamburger Privatschule
I. El.-Kl.	*Georg Gerson*	Desgl.
„	*Karl Plass*	Wilhelmgymnasium in Hamburg
„	*Walther Ritter*	Neue höhere Bürgerschule in Hamburg
	c) Weihnachten 1890:	
II$_{,1}$.	*Heinrich Hilmer*	Gerichtsschreiber
III$_{,1}$.	*Wilhelm Schmidt*	Landwirt
III$_{,2}$.	*Robert Meyer*	Desgl.

Klasse	Name	Beruf	Klasse	Name	Beruf
	d) Ostern 1891:		III,2.	*Karl Sander*	Kaufmann
II,1.	*Alfred Loebell*	Realgymnasium zu Cassel	„	*Paul Scholz*	Desgl.
„	*Richard Schaumann*	Apotheker	„	*Karl Stellmann*	Schlosser
„	*Ludwig Taht*	Kaufmann	„	*Karl Wenk*	Postgehilfe
„	*Heinrich Timpe*	Gymnasium zu Meppen	IV.	*Wilhelm Burgdorf*	Buchbinder
„	*Richard von Voss*	Realgymnasium zu Hamburg	„	*Adolf Gramkow*	Gelehrtenschule d. Johanneums zu Hamburg
II,2.	*Walther Anz*	Kunstgewerbeschule zu Düsseldorf	„	*Arthur Puls*	Holzbildhauer
„	*Gerhard Baass*	Kaufmann	„	*Friedrich Rädge*	Volksschule zu Bergedorf
„	*Walther Behr*	Desgl.	„	*Oskar Voigt*	Realgymnasium zu Altona
„	*Johannes Groth*	Maschinenbauer	V.	*Ernst Behr*	Volksschule zu Nusse
„	*Charles Langhans*	Kaufmann	„	*Friedrich Biemann*	Lohgerber
„	*Otto Lehnhoff*	Desgl.	„	*Wilhelm Stellmann*	Hamburger Privatschule
„	*Heinrich Lewitz*	Desgl.	VI.	*Hans Tischbein*	Realgymnasium zu Hamburg
III,1.	*Heinrich Schierholz*	Desgl.	„	*Heinrich Röthemeyer*	Schule in Bad Oeynhausen
„	*Georg Schmidt*	Desgl.	I. El.-Kl.	*Charles Wendte*	Volkschule
III,2.	*Heinrich Ahrendt*	Comptoirist			
„	*Fritz Hamester*	Landwirt			
„	*Karl Hermersdörfer*	Gymnasium in Wernigerode			

9. Verzeichnis

aller Schüler, welche gegenwärtig — 21. März 1891 — die Hansa-Schule besuchen, nebst Angabe des Standes und Wohnortes des Vaters.

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
		Unter-Sekunda.		
1	1	*Wilhelm Ahrens*	Gastwirt	Bergedorf
2	2	*Ernst Bieber*	Architekt	Hamburg
3	3	*Ferdinand Bleuss*	Maurermeister	Wentorf
4	4	*Paul Bruns*	Hufner	Billwärder
5	5	*Max Detloff*	Rentner	Bergedorf
6	6	*Friedrich Gramm*	Hôtel-Besitzer	Hagenow
7	7	*Hermann Lamprecht*	Dr. jur. und Amtsrichter	Bergedorf
8	8	*Karl Lange*	Fürstl. Bismarckscher Werkmeister	Friedrichsruh
9	9	*Richard Pflughaupt*	Postunterbeamter	Bergedorf
10	10	*Brent Rodd*	Rentner	Hamburg

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
		Ober-Tertia.		
11	1	*Oskar Anz*	Kaufmann	Bergedorf
12	2	*Karl Eggers*	Hufner	Billwärder
13	3	*Ernst Fischer*	†Dekorateur	Altona
14	4	*Erdwin Funk*	Polizeioffiziant	Bergedorf
15	5	*Albert Heesch*	Rentner	Wilster in Holstein
16	6	*Wilhelm Landahl*	Förster	Stangenteich b. Friedrichsruh
17	7	*James Meier*	Kaufmann	Lübeck
18	8	*Manuel de Monteros*	†Advokat	Guatemala
19	9	*Hans Sieber*	Mechaniker	Hamburg
20	10	*Otto Siemers*	Hufner	Billwärder
21	11	*Otto Unger*	Desgl.	Escheburg
22	12	*Otto Witthamp*	Schmiedemeister	Hohenhorn
		Unter-Tertia.		
23	1	*Gustav Bergner*	Eisenwerksbesitzer	Sande
24	2	*Kurt Eckhoff*	Weinhändler	Bergedorf
25	3	*Richard Erlemann*	Fabrikant	„
26	4	*Hugo Fluck*	Architekt	Hamburg
27	5	*John Fock*	†Ingenieur	Bergedorf
28	6	*Hermann Flügge*	Tierarzt	„
29	7	*Karl Graf*	Bahnmeister	„
30	8	*Alfred Hammer*	†Fabrikbesitzer	Mühlhausen in Thüringen
31	9	*Robert Harden*	Tischlermeister	Neuengamme
32	10	*Arthur Hühn*	Kaufmann	Bergedorf
33	11	*Wilhelm Janssen*	Gastwirt	„
34	12	*Ernst Land*	Bleichereibesitzer	Curslack
35	13	*Richard Löffler*	†Buchdruckereibesitzer	Bergedorf
36	14	*Gustav Nissen*	Kaufmann	„
37	15	*Johannes Peters*	Brauereibesitzer	„
38	16	*Eduard Pinnau*	Krämer	„
39	17	*Richard Prösch*	Zimmermeister	Schwarzenbek
40	18	*Hermann Sauber*	Kaufmann	Freiburg im Breisgau
41	19	*Paul Schmidt*	†Desgl.	Hamburg
42	20	*Friedrich Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
43	21	*Otto Steffens*	Hufner	Börnsen
44	22	*Wilhelm Unger*	Kaufmann	Hamburg
45	23	*Reinhold Westermann*	Hausmakler	„
		Quarta.		
46	1	*Hermann Bitter*	Assekuranzmakler	Hamburg
47	2	*Heinrch Bleuss*	†Maurermeister	Wentorf
48	3	*Hans Brünicke*	Kaufmann	Hamburg
49	4	*Ferdinand Denkmann*	Desgl.	„

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
50	5	*Wilhelm Ditlefsen*	Buchbindermeister	Bergedorf
51	6	*Hans Frieben*	Kaufmann	"
52	7	*Heinrich Hartz*	Schneidermeister	"
53	8	*Hans Häusler*	Rentner	Schönningstedt in Holstein
54	9	*Wilhelm von Have*	Hufner	Wentorf
55	10	*Albert Hinsch*	Desgl.	Allermöhe
56	11	*Guido Houben*	Kaufmann	Bergedorf
57	12	*Franz Jordan*	†Barbier	"
58	13	*Rudolf Klapmeier*	Hufner	Allermöhe
59	14	*Walther Lamprecht*	Dr. jur. und Amtsrichter	Bergedorf
60	15	*Ernst Lehnkoff*	Architekt	"
61	16	*Rudolf Leinau*	†Kaufmann	Buenos-Aires
62	17	*Erich Loebell*	Königl. preuss. Baurat	Hofgeismar in Hessen-Nassau
63	18	*Konrad Meyer*	†Buchbindermeister	Bergedorf
64	19	*August Radelfahr*	†Tischlermeister	"
65	20	*Hermann Rödinger*	Cigarrenfabrikant	"
66	21	*Ernst Röthemeyer*	Bahnhofsvorsteher	Büchen
67	22	*Paul Sander*	Cigarrenfabrikant	Bergedorf
68	23	*Franz Schaffner*	†Kaufmann	Hamburg
69	24	*Wilhelm Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
70	25	*Alfred Stahmann*	Mechaniker	Bergedorf
71	26	*Heinrich Tilker*	Gastwirt	"
72	27	*Heinrich Timmann*	Sattlermeister	"
73	28	*Bernhard Timpe*	Rentner	"
74	29	*Wilhelm Wiegels*	Schiffer	"
75	30	*Johann Wohltorf*	Kaufmann	"
		Quinta.		
76	1	*Hugo Bauch*	Kaufmann	Reinbek
77	2	*Christian Behr*	Lohmüller und Holzhändler	Bergedorf
78	3	*Wilhelm Biehl*	†Gerbereibesitzer	"
79	4	*Heinrich Burgdorf*	Messerschmied	"
80	5	*Klaus Carstens*	Hufner	Curslack
81	6	*Wilhelm Drinkuth*	Holzverlader	Aumühle bei Friedrichsruh
82	7	*Heinrich Duckstein*	Gastwirt	Bergedorf
83	8	*Walther Duttenhofer*	Direktor der Pulverfabrik	Düneberg bei Geesthacht
84	9	*Paul Elfreich*	Stations-Assistent	Friedrichsruh
85	10	*Friedrich Hartkopf*	Lehrer	Bergedorf
86	11	*Richard Heidelmann*	Hufner	Börnsen
87	12	*Fritz von Holleuffer*	Rittmeister a. D.	Sande
88	13	*Hans Lütkens*	Dampfmühlenbesitzer	Bergedorf
89	14	*Ludolf Mantius*	Dr. jur. und Bürgermeister	"
90	15	*Ernst Mehlis*	Postmeister	"
91	16	*Rudolf Meyer*	†Kaufmann	Hamburg
92	17	*Wilhelm Puttfarken*	Hufner	Zollenspieker

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
93	18	*Georg Radelfahr*	†Tischlermeister	Bergedorf
94	19	*Wilhelm Schaumann*	Hufner	Billwärder
95	20	*Emil Schütt*	Polizeibeamter	Schwarzenbek
96	21	*Julius Siefken*	Kaufmann und Kaiserl. deutscher Konsul	Baranquilla (Süd-Amerika)
97	22	*Karl Timmann*	Hufner	Curslack
98	23	*Franz Timpe*	Rentner	Bergedorf
99	24	*Karl Willprecht*	Kaufmann	"
		Sexta.		
100	1	*Max Baass*	Rentner	Bergedorf
101	2	*Dietrich Bode*	Nähmaschinen-Fabrikant	"
102	3	*Andreas Boremski*	Postmeister	Friedrichsruh
103	4	*Heinrich Harden*	Schiffer	Bergedorf
104	5	*Otto Hartnack*	Cigarrenfabrikant	"
105	6	*Albert Häusler*	Rentner	Schönningstedt in Holstein
106	7	*Max Heidepriem*	Bahnmeister	Bergedorf
107	8	*Gustav Hein*	Glashüttenbesitzer	"
108	9	*Wilhelm Heitmann*	Zimmermeister	"
109	10	*Karl Hennings*	Bahnbeamter	Friedrichsruh
110	11	*Walther Houben*	Kaufmann	Bergedorf
111	12	*Fritz Kiehn*	Rentner	"
112	13	*Hermann Leopoldt*	Förster	Volksdorf
113	14	*Adolf Leppin*	Bahnmeister	Schwarzenbek
114	15	*Otto Löffler*	†Buchdruckereibesitzer	Bergedorf
115	16	*Paul Lohmann*	Uhrmacher	"
116	17	*Hans Nissen*	Kaufmann	"
117	18	*Wilhelm Preiss*	Fabrik-Direktor	"
118	19	*Konrad Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
119	20	*Albrecht Schwarz*	Butterhändler	Sande
120	21	*Karl Seegers*	Kaufmann	Bergedorf
121	22	*Otto Simon*	Bäckermeister	Sande
122	23	*Ernst Steffens*	Kaufmann	Bergedorf
123	24	*Hermann Tietgens*	Uhrmacher	"
124	25	*Walther Unger*	Hufner	Escheburg
		I. Elementar-Klasse.		
125	1	*Fritz Boremski*	Postmeister	Friedrichsruh
126	2	*Peter Fock*	†Ingenieur	Bergedorf
127	3	*Ernst Groth*	Gastwirt	Aumühle bei Friedrichsruh
128	4	*Gustav von Have*	Hufner	Wentorf
129	5	*Ernst Heuer*	Rentner	Bergedorf
130	6	*Hans Heuer*	Desgl.	"
131	7	*Franz von Holleuffer*	Rittmeister a. D.	Sande

		Name der Schüler	Stand des Vaters	Wohnort des Vaters
132	8	*Karl Jenrich*	Bierverleger	Bergedorf
133	9	*Charles Kiehn*	Rentner	"
134	10	*Wilhelm Krause*	Steueraufseher	"
135	11	*Alphons Peters*	Kaufmann	"
136	12	*Eduard Schröder*	Desgl.	"
137	13	*Richard Schröther*	Braumeister	"
138	14	*Ludwig Staunau*	Gerichtsschreibergehilfe	"
		II. Elementar-Klasse.		
139	1	*Bernhard Burgdorf*	Messerschmied	Bergedorf
140	2	*Peter Hauptmann*	Kaufmann	"
141	3	*Reinhard von Have*	Hufner	Wentorf
142	4	*Otto Lohmeyer*	Goldschmied	Bergedorf
143	5	*Johannes Lühning*	Buchhalter	"
144	6	*Hans Meyer*	†Buchbindermeister	"
145	7	*John Niemann*	Schlachtermeister	"
146	8	*Charles Nitzschke*	†Gerichtskanzlist	"
147	9	*Heinrich Oldorf*	Buchhalter	"
148	10	*Robert Peters*	Krämer	Geesthacht
149	11	*Rudolf Priess*	Gärtner	Sande
150	12	*Wilhelm Scholz*	Bahnhofs-Vorsteher	Bergedorf
151	13	*Heinrich Schröther*	Braumeister	"
152	14	*Hermann Schulze*	Polizei-Offiziant	"
153	15	*Bernhard Schumacher*	Meiereipächter	Löhrsdorf in Holstein
154	16	*Paul Stolte*	Stations-Assistent	Bergedorf
		III. Elementar-Klasse.		
155	1	*Walther Eckhoff*	Weinhändler	Bergedorf
156	2	*Walther Erich*	Fabrik-Direktor	"
157	3	*Rudolf Heuer*	Rentner	"
158	4	*Karl Hinrichs*	Geometer	"
159	5	*Hermann Kampf*	Kaufmann	"
160	6	*Karl Koops*	Gerichtsschreiber	"
161	7	*Walther Lehnhoff*	Architekt	"
162	8	*Kurt Lippert*	Kaufmann	"
163	9	*Hans Lohse*	Zimmermeister	"
164	10	*Friedrich Meyns*	Kaufmann	"
165	11	*Erwin Niemann*	Schlachtermeister	"
166	12	*Iwan Pastor*	Kaufmann	"
167	13	*Walther Prahl*	Gerichtsschreibergehilfe	Sande
168	14	*Wilhelm Röhmer*	Gastwirt	Bergedorf
169	15	*Wilhelm Sager*	Zimmermeister	"

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

1) **Lehrerbibliothek.** (Bibliothekar: *Der Direktor.*)

Es wurden angeschafft:

Salmon, Analyt. Geometrie des Raumes. Leipzig 1887/88. — *J. Steiners* gesammelte Werke. Herausgegeben von *K. Weierstrass.* Berlin 1881/82. — *Stanley,* Im dunkelsten Afrika. Leipzig. — *Wissmann,* Unter deutscher Flagge von Ost nach West durch Afrika. Berlin. — *Nachtigal,* Sahara und Sudan. Leipzig 1887. — *Kirchner* und *Blochmann,* Die mikroskopische Tier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Braunschweig. — *Hinterwaldner,* Wegweiser für Naturaliensammler. Wien. — *J. Müller,* Handbuch der klassischen Altertumswissenschaft, 2.—5. Band. Nördlingen. — *C. F. W. Müller* etc., M. Tullii Ciceronis scripta quae manserunt omnia, 10 Bände. Leipzig. — *H. Paul,* Grundriss der germanischen Philologie, I. Band, 3—5. Lfrg.; II. Band, 1. Abt., 2—4. Lfrg.; II. Band, 2. Abt., 2. Lfrg. Strassburg. — *von Heinemann,* Zur Erinnerung an G. E. Lessing. Leipzig 1870. — *Schöne,* Briefwechsel zwischen Lessing und seiner Frau. Leipzig 1860. — *G. Freytag,* Die Ahnen, 6 Bände. Leipzig. — *George P. Marsh,* Manual of the Engl. Language. London. — *T. B. Shaw,* Manual of Engl. Literature. London. — *T. B. Shaw,* Specimens of Engl. Literature. London. — *Taine,* Geschichte der englischen Litteratur. 3 Bände. Leipzig 1878—81. — *Busolt,* Griechische Geschichte. 1. und 2. Band. Gotha 1885/86. — *Droysen,* Geschichte des Hellenismus. 3 Teile. Gotha 1877. — *Erler,* Deutsche Geschichte. 3 Bände. 1882/84. — *Raumer,* Geschichte der Hohenstaufen. 6 Bände. Leipzig 1842. — *Beitzke,* Geschichte der deutschen Freiheitskriege. 2 Bände. Bremen 1883. — *v. Sybel,* Die Begründung des Deutschen Reiches. 5 Bände. — *v. Sybel,* Geschichte der Revolutionszeit. Frankfurt. — *Böttger,* Diöcesan- und Gaugrenzen Norddeutschlands. 4 Teile und 2 Karten. Halle. — *Böttger,* Wohnsitze der Deutschen. Mit 3 Karten. Stuttgart. — *G. Freytag,* Bilder aus der deutschen Vergangenheit. 5 Bände. Leipzig 1887. — *Heymann* und *Uebel,* Aus vergangenen Tagen. Heft 3. Leipzig. — *Zöckler,* Handbuch der theologischen Wissenschaften. 2 Bände. Nördlingen.

Ferner erhielt die Anstalt von der *Oberschnlbehörde* resp. an Doppelstücken aus den *Biblioiheken der höheren Staatsschulen* zu Hamburg oder von sonstigen Gönnern und Freunden geschenkt:

Festschrift der mathematischen Gesellschaft in Hamburg zum 200jährigen Jubiläum derselben. Leipzig 1890. — *L. Baur,* Elem. der mathem. Geographie nebst Wandtafeln. Ravensburg 1891. — Jahresbericht der Geographischen Gesellschaft in Hamburg. Jahrgang 1873—74, 74—75, 76—77, 78—79, 89—90. — *Dittmer* und *Messer,* Übungsaufgaben für den deutschen Sprachunterricht. Hamburg 1883. — *Bax,* Reform der deutschen Orthographie. Leipzig 1891. — *Seinecke-Dieckmann,* Lehrbuch der Geschichte der deutschen Nationallitteratur. Hannover 1890. — *Zschech,* Die Brüder Jakob und Wilhelm Grimm. Hamburg 1885. — *Kühner,* Elem. Grammatik der griechischen Sprache. Hannover 1853. — *Matthiä,* Griechische Grammatik. Leipzig 1824. — *Derselbe,* Ausführliche griechische Grammatik. Leipzig 1807. — *Buttmann,* Griechische Schulgrammatik. Berlin 1837. — P. Verg. Mar. Opera rec. Heyne. Bonn 1778. — *Hallier,* Lucr. carm. Jena 1857. — Qu. Horatii Flacci Carmina rec. *L. Mueller.* Leipzig 1886. — *Müller,* Hilfsbuch zur französischen Grammatik. Hamburg 1885. — *Bouys,* Le jeune maître de français. Hamburg 1879. — *Morris,* Philological Society. 1875/76. — *Eyssenhardt,* Mitteilungen aus der Stadtbibliothek. Hamburg 1890. — *Siefert,* Akragas und sein Gebiet. Hamburg 1845. — *Lappenberg,* Hamburger Chroniken. Hamburg 1852. — *Geffken,* Die hamb.-niedersächs. Gesangbücher. Hamburg 1857. — *Wigard,* Stenographischer Bericht über die Verhandlungen der deutschen konstituierenden Nationalversammlung zu Frankfurt a. M. 3 Bände. Leipzig 1848. — *C. F. Gaedechens,* Der Münzfund zu Bergedorf. — *Lehmann* und *Petersen,* Ansichten und Baurisse. Hamburg 1840. — *Schäfer,* Lehrbuch für den evangelischen Religionsunterricht. 3 Teile. Frankfurt 1886. — *v. Holtzendorff,* Stellung der Frauen. Berlin 1867.

§ 3.

Über die Anschaffung in der Bibliothek noch nicht vorhandener Werke aus allen Zweigen der in das Gebiet der Anstalt fallenden Wissenschaften beschliesst — vorbehältlich der Genehmigung des Kuratoriums — die Lehrerkonferenz. Jeder Lehrer hat das Recht, in einer gewöhnlich zu Anfang jedes Halbjahres dieserhalb angesetzten Konferenz schriftlich seine diesbezüglichen Anträge einzubringen.

§ 4.

Die angekauften Bücher, die in der Regel nicht eher ausgeliehen werden, als bis sie gebunden sind, werden gestempelt, in dem Zugangskataloge vermerkt, nach dem Binden mit Nummern versehen und in den Hauptkatalog eingetragen.

§ 5.

Die Bibliothek ist in zwei von dem Direktor zu bestimmenden Stunden der Woche — mit Ausschluss der Ferien — geöffnet. Der Empfänger füllt für jedes entliehene Buch eine gedruckte Empfangsbescheinigung aus und haftet, so lange diese sich auf der Bibliothek befindet, der Anstalt für jeden bei der Ablieferung sich vorfindenden Schaden.

Wird ein Buch mehrfach begehrt, so giebt die frühere Meldung das Vorrecht.

§ 6.

Die Bücher der Haupt-Bibliothek werden auf 6 Wochen, die der Schüler-Bibliothek auf 14 Tage verliehen, doch kann diese Frist, wenn die betreffenden Bücher nicht inzwischen anderweitig gewünscht werden, auf Nachsuchen des Entleihers verlängert werden.

Nachschlagewerke sind zu gemeinschaftlichem Gebrauche im Lehrmittelzimmer aufgestellt. Es ist nicht gestattet, ohne vorher eingeholte Erlaubnis des Direktors dieselben ganz oder teilweise von dort mitzunehmen.

§ 7.

Vor der alljährlich in der ersten Hälfte des Juli vorzunehmenden Revision sind an den bekannt zu machenden Tagen alle aus der Haupt-Bibliothek entliehenen Bücher einzuliefern, ebenso die Bücher der Schüler-Bibliothek am Ende jedes Halbjahres.

Nicht zurückgelieferte Bücher werden auf Kosten des Entleihers abgeholt.

Abgehende Schüler erhalten das Abgangszeugnis nicht eher, als bis sie ihre Verpflichtungen der Bibliothek gegenüber erfüllt haben.

